



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### **Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### **About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



1







زاوية  $\widehat{HAD}$  قائمة وبحسب برهان  $\epsilon$  من  $\widehat{J}$  فان خط  $\widehat{AD}$  مماس لدائرة  
أب على نقطة  $\widehat{A}$  وذلك ما اردنا ان نبيّن .:

تمت المقالة الثالثة من كتاب اقليدس والحمد لله وصلى  
الله على محمد واله وسلّم .:



quadratorum duarum linearum  $EA$ ,  $AD$  quadrato lineae  $ED$  aequale est. Quare ex I, 47 angulus  $EAD$  rectus est.

Ergo ex III, 5 [scr. 15] linea  $AD$  circulum  $AB$  in puncto  $A$  contingit. Q. n. e. d.

**Finis libri tertii libri Euclidis.**

Laus Deo, et Muhammedi familiaeque eius Deus benedicat  
eosque salutet!

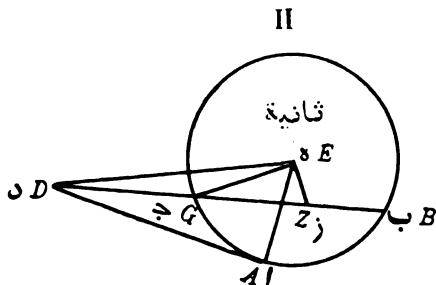




الصورة الثانية كهتيتها فاقول اذا كان القائم الزوايا الذى يحيط به  
خطا  $\overline{ب د}$  مساويا للمربع الكائن من خط  $\overline{ا د}$  فان زاوية  $\overline{د ا ه}$   
قائمة برهانه من اجل ان فى رسم الصورة الثانية قد تبين ان القائم  
الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ب د د ج}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ه ج}$   
مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ه د}$  وظاهر ايضا ان المربع الكائن  
من خط  $\overline{ه ج}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ه ا}$  والقائم الزوايا الذى  
يحيط به خطا  $\overline{ب د د ج}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ا د}$  فمجموع  
المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ا د ا ه}$  مساو للمربع الكائن من خط  
 $\overline{ه د}$  فبين بحسب ما بينا فى الشكل المتقدم ان زاوية  $\overline{ه ا د}$  قائمة فخط  
 $\overline{ا د}$  مُسَمَّسٌ لدائرة  $\overline{ا ب}$  وذلك ما اردنا ان نبين . ونعيد ايضا رسم  
الصورة الثالثة فاقول اذا كان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ب د}$   
 $\overline{د ج}$  مساويا للمربع الكائن من خط  $\overline{ا د}$  فان زاوية  $\overline{د ا ه}$  قائمة برهانه  
من اجل ان فى رسم الصورة الثالثة قد تبين ان القائم الزوايا الذى  
يحيط به خطا  $\overline{ب د د ج}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ه ج}$  مساو للمربع  
الكائن من خط  $\overline{ه د}$  ومربع  $\overline{ه ج}$  مساو لمربع خط  $\overline{ه ا}$  لانها متساويان  
وفرضنا على ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ب د د ج}$  مساو  
للمربع الكائن من خط  $\overline{ا د}$  فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ب د}$   
 $\overline{د ج}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ه ج}$  مساو لمجموع المربعين  
الكائنين من خطى  $\overline{ه ا ا د}$  لكننا قد بينا ان القائم الزوايا الذى  
يحيط به خطا  $\overline{ب د د ج}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ه ج}$  مساو للمربع  
الكائن من خط  $\overline{ه د}$  فمجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ه ا ا د}$   
مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ه د}$  فبحسب برهان مز من ا تكون

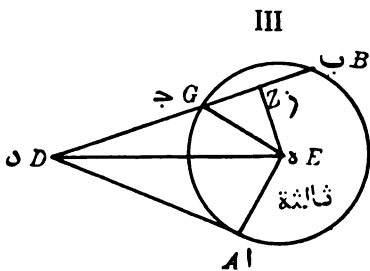
Demonstratio. Quoniam iam in descriptione figurae secundae demonstratum est, rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  aequale esse quadrato lineae  $ED$ , et etiam manifestum est, quadratum lineae  $EG$  quadrato lineae  $EA$  aequale esse, et rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum aequale est quadrato lineae  $AD$ , summa duorum quadratorum duarum linearum  $AD, AE$  aequalis est quadrato lineae  $ED$ . Quare ex eo, quod

in propositione praecedenti demonstrauius, manifestum est, angulum  $EAD$  rectum esse. Ergo linea  $AD$  circulum  $AB$  continget. Q. n. e. d.



Rursus ad descriptionem tertiae figurae rediens dico: Si rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum aequale est quadrato lineae  $AD$ , angulus  $DAE$  rectus erit.

Demonstratio. Quoniam in descriptione figurae tertiae demonstratum est, rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  aequale esse quadrato lineae  $ED$ , et quadratum [lineae]  $EG$  quadrato lineae  $EA$  aequale est, quia inter se aequales sunt, et supposuimus, rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum aequale esse quadrato lineae  $AD$ , rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum  $EA, AD$ . Sed iam demonstrauius, rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  aequale esse quadrato lineae  $ED$ ; itaque summa duorum



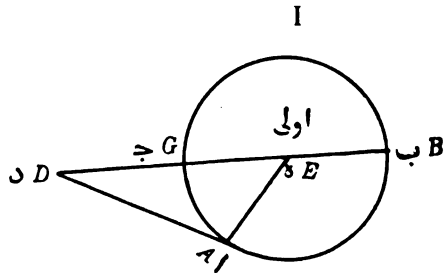
لتقريب الدائرة فان الخط الملتقى للدائرة بمماس للدائرة ونعيد  
 الصورة الاولى من الصور الثلاث المتقدمة فاقول اذا كانت نقطة د  
 خارجة من دائرة اد وخرج منها خطان احدهما كخط دج وهو  
 يقطع الدائرة والاخر كخط اد ينتهي الى تقبيبها الى نقطة ا وكان  
 القائم الزوايا الذي يحيط به خطا بد دج مساويًا للمربع الكائن  
 من خط اد فان خط اد يماس دائرة اب على نقطة ا برهانه انا 50 u.  
 نصل خط اه فمِنْ اجل ان خط بـج قد انقسم بنصفين على نقطة  
 ة وزيد في طوله خط جد فان القائم الزوايا الذي يحيط به خطا  
 بد دج مع المربع الكائن من خط هـج مساو للمربع الكائن من  
 خط هـد لكن مربع خط هـج مساو لمربع خط هـا والقائم الزوايا الذي  
 يحيط به خطا بد دج مساو للمربع الكائن من خط دا فالقائم الزوايا  
 الذي يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن من خط هـج مساو  
 لمجموع المربعين الكائنين من خطي هـا اد وقد كنا بينا ان  
 القائم الزوايا الذي يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن من  
 خط هـج مساو للمربع الكائن من خط هـد فالمربع الكائن من خط  
 هـد اذن مساو لمجموع المربعين الكائنين من خطي هـا اد وكل  
 مثلث يكون مجموع المربعين الكائنين من الخطين اللذين يحيطان  
 باحد زواياه مساويًا لمربع الخط الذي يوتر تلك الزاوية فان تلك  
 الزاوية قائمة وذلك بين برهان مز من ا فزاوية هـاد اذن قائمة  
 وكل خط يخرج من طرف قطر دائرة على زوايا قائمة فان ذلك  
 الخط مماس للدائرة وذلك بين برهان يه من ج فخط اد اذن  
 يماس دائرة اب على نقطة ا وذلك ما اردنا ان نبين فلنعد رسم

et ab eo duae lineae ductae sunt, quarum altera ut linea  $DGB$  posita circulum secat, altera ut linea  $AD$  posita ad conuexam partem eius ad punctum  $A$  adcidit, et rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum aequale est quadrato lineae  $AD$ , linea  $AD$  circulum  $AB$  in puncto  $A$  contingit.

Demonstratio. Lineam  $AE$  ducimus. Quoniam linea  $BG$  in puncto  $E$  in duas partes aequales diuisa est, et in ea producta adiecta est linea  $GD$ , rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  aequale erit quadrato lineae  $ED$ . Sed quadratum lineae  $EG$  aequale est quadrato lineae  $EA$ , et rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum aequale est quadrato lineae  $DA$ ; itaque rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum  $EA, AD$ . Sed iam demonstrauius, rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  aequale esse quadrato lineae  $ED$ ; itaque quadratum lineae  $ED$  aequale est summae duorum quadratorum duarum linearum  $AE, AD$ . Uerum in triangulo si summa duorum quadratorum duarum linearum angulum aliquem eius comprehendentium aequalis est quadrato lineae huic angulo oppositae, hic angulus rectus est; quod ex I, 47 manifestum est; itaque angulus  $EAD$  rectus. Uerum omnes lineae, quae a termino diametri circuli ad angulos rectos ducuntur, circulum contingunt; quod ex III, 15 manifestum est. Ergo linea  $AD$  circulum  $AB$  in puncto  $A$  contingit. Q. n. e. d.

Iam uero ad eam formam reuertamur, quae in secunda figura descripta est.

Dico igitur: Si rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum aequale est quadrato lineae  $AD$ , angulus  $DAE$  rectus est.

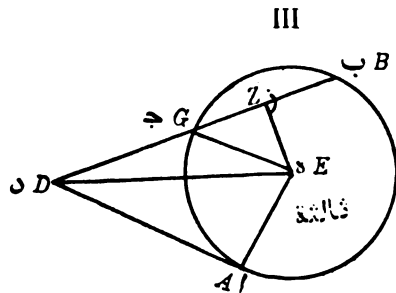


جد فبحسب برهان و من ب فان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا  
ب د دج مع المربع الكائن من خط جز مساو للمربع الكائن من  
خط زد فاذا اخذنا خط زه مشتركاً كان القائم الزوايا الذى يحيط  
به خطا ب د دج مع مجموع المربعين الكائنين من خطى جز زه  
مساوياً لمجموع المربعين الكائنين من خطى زه زد لكن بحسب  
برهان مو من ا يكون مجموع المربعين الكائنين من خطى زه زد  
مساوياً للمربع الكائن من خط ه د لان زاوية ه د قائمة فالقائم  
الزوايا الذى يحيط به خطا ب د دج مع المربع الكائن من خط  
ه د مساو للمربع الكائن من خط ه د ومجموع المربعين الكائنين  
من خطى ه ا ا د ايضاً مساو للمربع الكائن من خط ه د والمساوية  
لشى واحد فهى متساوية فمجموع المربعين الكائنين من خطى ه ا  
ا د مساو للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا ب د دج مع المربع  
الكائن من خط ه د ومن اجل ان خط ه د مساو لخط ه ا فان  
مربعيهما متساويان فاذا اسقطناهما من الجهتين بقى القائم الزوايا  
الذى يحيط به خطا ب د دج مساوياً للمربع الكائن من خط ا د  
وذلك ما اردنا ان نبين .

#### الشكل السادس والثلاثون من المقالة الثالثة

كل علامة مفروضة خارج دائرة يخرج منها الى الدائرة خطان  
مستقيمان احدهما يقطع الدائرة وينتهى الى اخرها والاخر يلقى  
تقريبها فقط وكان السطح الذى يحيط به الخط القاطع وتسمه  
الخارج من الدائرة مساوياً للمربع الكائن من الخط الملقى

neae  $ZD$  aequale erit. Linea  $ZE$  communi sumpta rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum summa duorum quadratorum duarum linearum  $GZ, ZE$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZE, ZD$  aequale est. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZE, ZD$  quadrato lineae  $ED$  aequalis est, quia angulus  $EZD$  rectus est [et summa quadratorum linearum  $GZ, ZE$  quadrato  $GE$  aequalis est]; itaque rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  quadrato lineae  $ED$  aequale erit. Uerum etiam summa duorum quadratorum duarum linearum  $EA, AD$  quadrato lineae  $ED$  aequalis est; et quae eidem rei aequalia sunt, inter se aequalia sunt; itaque summa duorum quadratorum duarum linearum  $EA, AD$  aequalis est rectangulo duabus lineis  $BD, DG$  comprehenso cum quadrato lineae  $EG$ . Et quoniam linea  $EG$  lineae  $EA$  aequalis est, duo quadrata harum duarum inter se aequalia sunt.



Quibus duobus utrimque subtractis relinquitur rectangulum duabus rectis  $BD, DG$  comprehensum quadrato lineae  $AD$  aequale. Q. n. e. d.

### Propositio XXXVI libri tertii.

Si a puncto extra circulum dato ad circulum duae lineae rectae ducuntur, quarum altera circulum secans ad concauam partem eius peruenit, altera ad partem conuexam modo addidit, et spatium linea secanti et parte eius extra circulum posita comprehensum quadrato lineae ad partem conuexam circuli adcidens aequale est, linea ad circulum adcidens circulum continget.

Ad primam figuram trium antecedentium rediens sic dico: Quoniam punctum  $D$  extra circulum  $AD$  [scr.  $AB$ ] positum est,

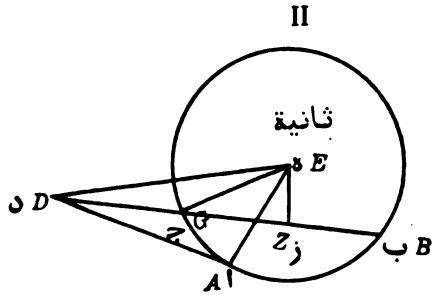
مو من ا لان زاوية هـ ز قائمة فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا 50 r<sup>1)</sup>  
 بد دج مع المربع الكائن من خط هـ ج اذن مساو للمربع الكائن  
 من خط هـ د ومن اجل ان خط ا د يماس دائرة ا ب على نقطة ا وقد  
 خرج من نقطة ا الى المركز خط ا هـ على زوايا قائمة فبحسب برهان  
 يز من ج فان زاوية د ا هـ قائمة وبحسب برهان مو من ا يكون مجموع  
 المربعين الكائنين من خطى د ا هـ مساو للمربع الكائن من خط  
 هـ د وقد كنا بينا ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا ب د دج مع  
 المربع الكائن من خط هـ ج مساو للمربع الكائن من خط د هـ فالقائم  
 الزوايا الذى يحيط به خطا ب د دج مع المربع الكائن من خط هـ ج  
 اذن مساو لمجموع المربعين الكائنين من خطى هـ ا د ومن اجل  
 ان خط هـ ا مساو لخط هـ ج فان مربعيهما متساويان فاذا اسقطناهما  
 من الجهتين بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا ب د دج مساويا  
 للمربع الكائن من خط ا د وذلك ما اردنا ان نبين . وايضا فانا  
 نزل ان دائرة ا ب على الوضع الثالث ونقطة د خارجة عنها وقد  
 خرج منها الى الدائرة خط [ا] د ج ب د ا اما خط د ج ب فانه يقطعها  
 وينتهى الى اخصها الى نقطة ب واما خط د ا فيماسها على نقطة ا  
 فاقول ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا ب د دج مساو للمربع  
 الكائن من خط ا د برهانه انا نستخرج المركز وليكن نقطة هـ  
 ونخرج خطوط د هـ ج هـ ا ونخرج من نقطة هـ خط هـ ز ونقسم خط ب ج  
 على زوايا قائمة فبتين بحسب برهان ج من ج انه تقسمه بنصفين  
 فخط ب ج قد انقسم بنصفين على نقطة ز وقد زيد في طوله خط

<sup>1)</sup> In codice f. 49.

itaque rectangulum duabus lineis  $BD$ ,  $DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  quadrato lineae  $ED$  aequale est. Et quoniam linea  $AD$  circulum  $AB$  in puncto  $A$  contingit, et a puncto  $A$  ad centrum ad angulos rectos ducta est linea  $AE$ , ex III, 17 angulus  $DAE$  rectus est; itaque ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum  $DA$ ,  $AE$  quadrato lineae  $ED$  aequalis erit. Sed iam demonstrauius, rectangulum duabus lineis  $BD$ ,  $DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  aequale esse quadrato lineae  $DE$ ; itaque rectangulum duabus lineis  $BD$ ,  $DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  aequale est summae duorum quadratorum duarum linearum  $EA$ ,  $AD$ . Quoniam uero linea  $EA$  lineae  $EG$  aequalis est, duo quadrata harum duarum inter se aequalia sunt. Quibus duobus utrimque subtractis relinquitur rectangulum duabus lineis  $BD$ ,  $DG$  comprehensum quadrato lineae  $AD$  aequale. Q. n. e. d.

Rursus supponimus, circulum  $AB$  tertio modo positum esse, et extra eum datum esse punctum  $D$ , a quo ad circulum duae lineae  $DGB$ ,  $DA$  ducantur, quarum linea  $DBG$  eum secet et ad concavam partem producta ad punctum  $B$  perueniat, linea  $DA$  autem eum in puncto  $A$  contingat. Dico, rectangulum duabus lineis  $BD$ ,  $DG$  comprehensum quadrato lineae  $AD$  aequale esse.

Demonstratio. Centro sumpto, quod sit punctum  $E$ , et lineis  $DE$ ,  $EG$ ,  $EA$  ductis a puncto  $E$  lineam  $EZ$  ita ducimus, ut lineam  $BG$  ad rectos angulos secet; ex III, 3 igitur manifestum est, eam illam in duas partes aequales secare. Itaque  $BG$  in puncto  $Z$  in duas partes aequales diuisa, et in ea producta adiecta est linea  $GD$ ; ex III, 6 igitur rectangulum duabus lineis  $BD$ ,  $DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $GZ$  quadrato li-



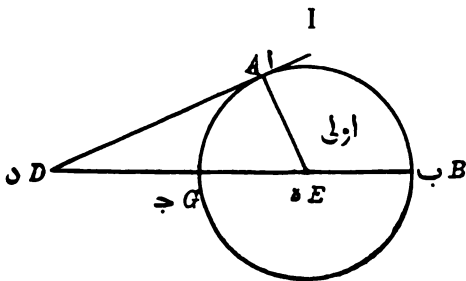


اسقطناهما من الجهتين<sup>1)</sup> بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطاب د  
دج مساوياً للمربع الكائن من خط اد وذلك ما اردنا ان نبين .  
وايضاً فانا ننزل دائرة اب على الوضع الثانى وان علامة د مفروضة  
خارجها وقد خرج منها خط دج يقطع الدائرة وينتهى الى  
اخصها وخط اد يماسها على نقطة ا فاقول ان القائم الزوايا الذى  
يحيط به خطاب د دج مساو للمربع الكائن من خط اد ببرهانه  
انا نستخرج مركز<sup>2)</sup> الدائرة كما بين ببرهان ا من ج ونخرج  
خطوط ده ها هج ونخرج من نقطة ه الى خط جب عموداً هز كما بين  
اخرجه ببرهان يب من ا فظاهراً بما بين ببرهان ج من ج ان  
خط هز يقسم خط ب د بنصفين فخط ب ج قد انقسم على نقطة ز  
بنصفين وقد زيد في طوله خط جد فبين ببرهان و من ب ان  
القائم الزوايا الذى يحيط به خطاب د دج مع المربع الكائن من  
خط جز مساو للمربع الكائن من خط زد فاذا اخذنا المربع الكائن  
من خط زه مشتركاً كان القائم الزوايا الذى يحيط به خطاب د دج  
مع المربعين الكائنين من خطى جز زه مساوياً للمربعين الكائنين  
من خطى زه زد لكن مجموع المربعين الكائنين من خطى زه زد  
مساو للمربع الكائن من خط هج فالقائم الزوايا الذى يحيط به  
خطاب د دج مع المربع الكائن من خط هج مساو لمجموع المربعين  
الكائنين من خطى زه زد لكن مجموع المربعين الكائنين من  
خطى زه زد مساو للمربع الكائن من خط هج وذلك بين ببرهان

<sup>1)</sup> Verba quae sunt الجهتين in margine addita.

<sup>2)</sup> In margine additum.

lum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $GE$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $AE, AD$  aequale est. Sed quadratum lineae  $AE$  quadrato lineae  $EG$  aequale est; itaque his duobus utrimque subtractis rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum quadrato lineae  $AD$  aequale relinquitur. Q. n. e. d.



Rursus supponimus, circulum  $AB$  secundo modo positum esse, et extra eum datum esse punctum  $D$ , a quo ducta sit linea  $DGB$ , quae circulum secet et ad concauam partem eius perueniat, et linea  $AD$  eum in puncto  $A$  contingat. Dico igitur, rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum quadrato lineae  $AD$  aequale esse.

Demonstratio. Ex III, 1 centro circuli sumpto et lineis  $DE, EA, EG$  ductis ex I, 12 a puncto  $E$  ad lineam  $GB$  perpendiculararem  $EZ$  ducimus; itaque ex III, 3 manifestum est, lineam  $EZ$  lineam  $BG$  in duas partes aequales diuidere. Linea igitur  $BG$  in puncto  $Z$  in duas partes aequales diuisa est, et ei adiecta est linea  $GD$ ; quare ex II, 6 manifestum est, rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $GZ$  quadrato lineae  $ZD$  aequale esse. Quadrato igitur lineae  $ZE$  communi sumpto rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum  $GZ, ZE$  duobus quadratis duarum linearum  $ZE, ZD$  aequale erit. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZE, ZG$  quadrato lineae  $EG$  aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis  $BD, DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EG$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZE, ZD$  aequale erit. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZE, ZD$  quadrato lineae  $ED$  aequale est, quod ex I, 46 manifestum est, quoniam angulus  $EZD$  rectus est;

ثلاثة اوضاعٍ اما ان يكون وضع الخط القاطع على مركز الدائرة واما ان يكون في النصف الذى بين المركز وبين الخط المماس للدائرة واما ان يكون في النصف الاخر مثاله انا نُنزل دائرة اَب على الوضع الاول ونُنزل ان خارجًا منها علامة دَ وقد خرج منها الى الدائرة خطان احدهما يقطعها ويجوز على<sup>1)</sup> مركزها وينتهى الى محيطها وهو خط دَجَب والاخر يماسها على نقطة اَ وهو خط دَا فاقول ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بَد دَ مساو للمربع الكائن من خط اَد برهانه انا نُنزل ان مركز الدائرة علامة هَ ونُخرج هَا فظاهر بحسب برهان يز من ج ان زاوية دَا هَ قائمة وذلك لان خط اَد فرض مُماسًا للدائرة على نقطة اَ وقد خرج من نقطة اَ الى مركز الدائرة خط اَه فهو اذن عمود على خط اَد بحسب برهان مو من ا فان مجموع المربعين الكائنين من خطى اَد اَه مساو للمربع الكائن من خط دَه ومن اجل ان خط بَد جَ قد قُسم بنصفيين على نقطة هَ وزيد في طوله خط جَد فانه بحسب برهان [و] من [ب] يكون القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بَد دَ مع المربع الكائن من خط جَه مساويًا للمربع الكائن من خط هَد وقد كُنّا بيّنا ان المربع الكائن من خط دَه مساو لمجموع المربعين الكائنين من خطى دَا اَه فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا بَد دَ مع المربع الكائن من خط جَه مساو لمجموع المربعين الكائنين من خطى اَه اَد لكن المربع الكائن من خط اَه مساو<sup>2)</sup> للمربع الكائن من خط هَج فادا

<sup>1)</sup> In margine additum.

<sup>2)</sup> Librarius scripsit, deinde deleuit: لمجموع

neis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum aequale rectangulo duabus lineis  $AE$ ,  $EG$  comprehenso. Q. n. e. d.

**Propositio XXXV libri tertii.**

Si a puncto extra circulum dato duae lineae rectae ducuntur, quarum altera circulum secat, altera eum contingit, rectangulum comprehensum linea circulum secanti et ea parte eius, quae extra circulum cadit, quadrato lineae circulum contingentis aequale erit. Et haec [propositio] in tres casus diuiditur, cum recta secans aut per centrum ducitur aut per semicirculum inter centrum rectamque circulum contingentem positum aut per alterum semicirculum.

Exemplificatio. Supponimus, circulum  $AB$  primo modo positum esse, et extra eum datum esse punctum  $D$ , a quo ad circulum duae lineae ductae sint, quarum altera eum secet et per centrum eius ducta ad ambitum perueniat, scilicet linea  $DGB$ , altera eum in puncto  $A$  contingat, scilicet linea  $DA$ . Dico igitur, rectangulum duabus lineis  $BD$ ,  $DG$  comprehensum quadrato lineae  $AD$  aequale esse.

Demonstratio. Supponimus, centrum circuli esse punctum  $E$ . [Linea]  $EA$  ducta ex III, 17 manifestum est, angulum  $DAE$  rectum esse; nam datum est, lineam  $AD$  circulum in puncto  $A$  contingere, et a puncto  $A$  ad centrum circuli linea  $AE$  ducta est; quare ea ad lineam  $AD$  perpendicularis est ex I, 46. Itaque summa duorum quadratorum duarum linearum  $AD$ ,  $AE$  quadrato lineae  $DE$  aequalis est. Et quoniam linea  $BG$  in puncto  $E$  in duas partes aequales diuisa est, et linea  $GD$  ei adiecta est, ex [II, 6] rectangulum duabus lineis  $BD$ ,  $DG$  comprehensum cum quadrato lineae  $GE$  quadrato lineae  $ED$  aequale erit. Sed iam demonstrauius, quadratum lineae  $DE$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $DA$ ,  $AE$  aequale esse; itaque rectangu-

من خط  $\overline{ح ه}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ح د}$  فاذا اخذنا خط  $\overline{ز ح}$  مشتركاً كان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ب ه}$   $\overline{د ه}$  مع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ح ه}$   $\overline{ح ز}$  مساويا لمجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ز ح}$   $\overline{ح د}$  لكن مجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ز ح}$   $\overline{ح ه}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ب ه}$   $\overline{د ه}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  مساو لمجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ز ح}$   $\overline{ح د}$  لكن مجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ز ح}$   $\overline{ح د}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ز ج}$  المساوى لخط  $\overline{ز د}$  لان زاوية  $\overline{ز ح د}$  قائمة وبمثل هذا البرهان يتبين ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ا ه}$   $\overline{ج ه}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ز ج}$  فيكون القائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ا ه}$   $\overline{ج ه}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  مساوياً للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ب ه}$   $\overline{د ه}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  فاذا اسقطنا المربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ب ه}$   $\overline{د ه}$  مساويا للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{ا ه}$   $\overline{ج ه}$  وذلك ما اردنا ان نبين .:

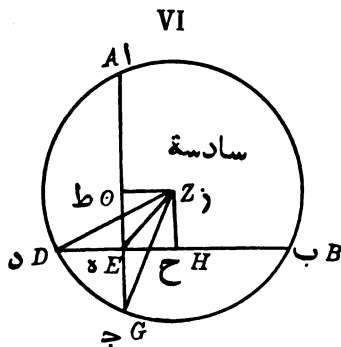
### الشكل الخامس والثلثون من المقالة الثالثة

كل علامة مفروضة خارج دائرة يخرج منها خطان مستقيمان احدهما يقطع الدائرة والاخر يماسها فان السطح القائم الزوايا الذى يحيط به الخط القاطع للدائرة وقسمة الذى يقع خارج الدائرة مساو للمربع الكائن من الخط المماس للدائرة وهذا ينقسم الى <sup>u</sup> 49

relinquitur rectangulum duabus lineis  $GE, EA$  comprehensum rectangulo duabus lineis  $BE, ED$  comprehenso aequale. Q. n. e. d.

Rursus in figura sexta duae chordae  $AG, BD$  in puncto  $E$  inter se secant et neutra earum per centrum ducta est, sed ad rectos angulos in puncto  $E$  inter se secant. Dico, rectangulum duabus lineis  $AE, EG$  comprehensum aequale esse rectangulo duabus lineis  $BE, ED$  comprehenso.

Demonstratio. Centrum circuli sumimus, quod sit punctum  $Z$ , et ab eo ad duas lineas  $AG, BD$  duas perpendiculares ducimus  $ZH, ZO$ ; manifestum igitur est, eas duas lineas  $AG, BD$  in binas partes secare. Itaque linea  $BD$  in puncto  $H$  in duas partes aequales, in puncto  $E$  in duas partes inaequales diuisa est; rectangulum igitur duabus lineis  $BE, ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $HE$  quadrato lineae  $HD$  aequale est. [Quadrato] lineae  $ZH$  communi sumpto rectangulum duabus lineis  $BE, ED$  comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum  $HE, HZ$  aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZH, HD$ . Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZH, HE$  aequalis est quadrato lineae  $ZE$ ; itaque rectangulum duabus lineis  $BE, ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZH, HD$  aequale est. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZH, HD$  aequalis est quadrato lineae  $ZG$ , quae lineae  $ZD$  aequalis est; nam angulus  $ZHD$  rectus est. Et simili ratione demonstratur, rectangulum duabus lineis  $AE, EG$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  aequale esse quadrato lineae  $ZG$ ; itaque rectangulum duabus lineis  $AE, EG$  comprehensum cum quadrato lineae  $EZ$  aequale erit rectangulo duabus lineis  $BE, ED$  comprehenso cum quadrato lineae  $EZ$ . Quadrato lineae  $EZ$  subtracto relinquitur rectangulum duabus li-

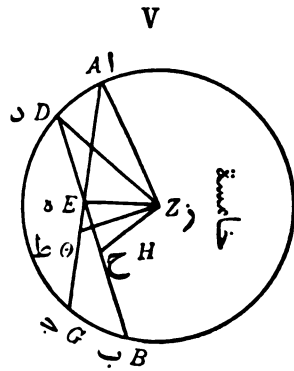


خط  $\overline{حز}$  مشتركًا فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{به}$   $\overline{هـد}$  مع <sup>1)</sup> 49 r. مجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ح}$   $\overline{هـ}$   $\overline{حز}$  مساو لمجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{حز}$   $\overline{د}$  لكن مجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{حز}$   $\overline{هـ}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{زه}$  فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{به}$   $\overline{هـد}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{زه}$  مساو لمجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{حز}$   $\overline{د}$  لكن مجموع المربعين الكائنين من خطى  $\overline{حز}$   $\overline{د}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{زد}$  فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{به}$   $\overline{هـد}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{زه}$  مساو ايضا للمربع الكائن من خط  $\overline{زد}$  فاذا اسقطنا المربع الكائن من خط  $\overline{زه}$  الذى يحيط به خطا  $\overline{جه}$   $\overline{هـا}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{زه}$  مساو ايضا للمربع الكائن من خط  $\overline{زد}$  فاذا اسقطنا المربع الكائن من خط  $\overline{زه}$  بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{جه}$   $\overline{هـا}$  مساو للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{به}$   $\overline{هـد}$  وذلك ما اردنا ان نبين وايضا في الصورة السادسة تقاطع وتوا  $\overline{اج}$   $\overline{بد}$  على نقطة  $\overline{هـ}$  وليس واحد منهما على المركز لكنها يتقاطعان على زوايا قائمة على نقطة  $\overline{هـ}$  فاقول ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{اه}$   $\overline{هـد}$  مساو للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{به}$   $\overline{هـد}$  برهاننا انا نستخرج مركز الدائرة وليكن نقطة  $\overline{ز}$  ونخرج منها الى خطى  $\overline{اج}$   $\overline{بد}$  عمودى  $\overline{زح}$   $\overline{زط}$  فظاهر<sup>هـ</sup> انها يقسمان خطى  $\overline{اج}$   $\overline{بد}$  كل واحد منهما بنصفين فخط  $\overline{بد}$  قد انقسم بنصفين على نقطة  $\overline{ح}$  وبقسامين مختلفين على نقطة  $\overline{هـ}$  فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا  $\overline{به}$   $\overline{هـد}$  مع المربع الكائن

<sup>1)</sup> In codice 50 r., nam ordo duorum foliorum 49 et 50 mutatus est.

duorum quadratorum duarum linearum  $A\Theta$ ,  $\Theta Z$ . Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $\Theta E$ ,  $\Theta Z$  aequalis est quadrato lineae  $ZE$ ; itaque rectangulum duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $Z\Theta$ ,  $\Theta A$  aequale est. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $Z\Theta$ ,  $\Theta A$  aequalis est quadrato lineae  $ZD$  lineae  $ZA$  aequalis, quia angulus  $A\Theta Z$  rectus est; quod in I, 46 demonstratum est. Itaque rectangulum duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  aequale est quadrato lineae  $ZD$ .

Rursus iam demonstratum est, lineam  $BD$  in puncto  $H$  in duas partes aequales, in puncto  $E$  in duas partes inaequales diuisam esse; rectangulum igitur duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $EH$  quadrato lineae  $HD$  aequale est. Quadratum lineae  $HZ$  commune sumimus; itaque rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum summa duorum quadratorum duarum linearum  $HE$ ,  $HZ$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZH$ ,  $HD$  aequale est. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $HZ$ ,  $HE$  quadrato lineae  $ZE$  aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  cum quadrato lineae  $ZE$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $HZ$ ,  $HD$  aequale erit. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $HZ$ ,  $HD$  quadrato lineae  $ZD$  aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $EZ$  aequale est quadrato lineae  $ZD$ . Sed iam demonstrauius, rectangulum duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum cum quadrato lineae  $EZ$  etiam quadrato lineae  $ZD$  aequale esse; itaque quadrato lineae  $ZE$  subtracto

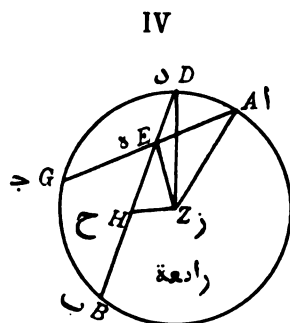


<sup>1)</sup> من ب in margine additum.



أحدهما يقطع الآخر بنصفين فاقول ان القائم الزوايا الذي يحيط  
به خطا  $\overline{ب\text{ه}}$   $\overline{د\text{ه}}$  مساو للقائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\overline{ا\text{ه}}$   $\overline{ج\text{ه}}$   
برهانه انا نستخرج المركز وليكن نقطة  $\overline{ز}$  ونخرج عمودى  $\overline{ز\text{ح}}$   $\overline{ز\text{ط}}$   
الى خطى  $\overline{ب\text{د}}$   $\overline{ج\text{ا}}$  ونخرج خطوط  $\overline{ز\text{ا}}$   $\overline{ز\text{د}}$   $\overline{ز\text{ه}}$  فظاهرٌ بحسب ما بيننا قبل  
ان  $\overline{ب\text{ح}}$  مساو لخط  $\overline{ح\text{د}}$  وخط  $\overline{ج\text{ط}}$  مساو لخط  $\overline{ا\text{ط}}$  فمن اجل ان  
خط  $\overline{ا\text{ج}}$  قد انقسم بنصفين على نقطة  $\overline{ط}$  وبقسامين مختلفين على  
نقطة  $\overline{ه}$  فبحسب برهان  $\overline{ه}$  من  $\overline{ب}$ ! يكون القائم الزوايا الذي يحيط  
به خطا  $\overline{ج\text{ه}}$   $\overline{ا\text{ه}}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ط\text{ه}}$  مساويا للمربع  
الكائن من خط  $\overline{ط\text{ا}}$  فاذا اخذنا المربع الكائن من خط  $\overline{ز\text{ط}}$   
مشتركا كان القائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\overline{ج\text{ه}}$   $\overline{ا\text{ه}}$  مع مجموع  
المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ط\text{ه}}$   $\overline{ط\text{ز}}$  مساويا لمجموع المربعين  
الكائنين من خطى  $\overline{ا\text{ط}}$   $\overline{ط\text{ز}}$  لكن مجموع المربعين الكائنين من  
خطى  $\overline{ط\text{ه}}$   $\overline{ط\text{ز}}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ز\text{ه}}$  فالقائم الزوايا الذي  
يحيط به خطا  $\overline{ج\text{ه}}$   $\overline{ا\text{ه}}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ز\text{ه}}$  مساو لمجموع  
المربعين الكائنين من خطى  $\overline{ز\text{ط}}$   $\overline{ط\text{ا}}$  لكن مجموع المربعين  
الكائنين من خطى  $\overline{ز\text{ط}}$   $\overline{ط\text{ا}}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ز\text{د}}$   
المساوى لخط  $\overline{ز\text{ا}}$  لان زاوية  $\overline{ا\text{ط\text{ز}}}$  قائمة وذلك بين برهان  $\overline{مو}$  من  $\overline{ا}$   
فالقائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\overline{ج\text{ه}}$   $\overline{ا\text{ه}}$  مع المربع الكائن من  
خط  $\overline{ز\text{ه}}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ز\text{د}}$  وايضا فان خط  $\overline{ب\text{د}}$  قد  
انقسم كما بيننا بنصفين على علامة  $\overline{ح}$  وبقسامين مختلفين على  
علامة  $\overline{ه}$  فالقائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\overline{ب\text{ه}}$   $\overline{د\text{ه}}$  مع المربع  
الكائن من خط  $\overline{ح\text{ه}}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ح\text{د}}$  وناخذ

quadrato lineae  $AZ$ , quae lineae  $ZD$  aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  aequale est quadrato lineae  $AZ$ . Quoniam autem punctum  $E$  medium est lineae  $AG$ , ad quod a puncto  $Z$ , quod centrum est, linea  $ZE$  ducta est, ex III, 3 manifestum est, angulum  $AEZ$  rectum



esse; itaque summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZE$ ,  $EA$  quadrato lineae  $AZ$  aequalis est. Quadrato lineae  $ZE$  communi subtracto relinquitur rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum quadrato lineae  $AE$  aequale. Sed [linea]  $AE$  lineae  $EG$  aequalis est. Itaque rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum rectangulo duabus lineis  $AE$ ,  $EG$  comprehenso aequale est. Q. n. e. d.

Rursus in figura quinta duae chordae  $AG$ ,  $BD$  in puncto  $E$  inter se secant, et neutra earum per centrum transeat nec altera alteram in duas partes aequales secet. Dico, rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum rectangulo duabus lineis  $AE$ ,  $EG$  comprehenso aequale esse.

Demonstratio. Centrum sumimus, quod sit punctum  $Z$ , et duabus perpendicularibus  $ZH$ ,  $Z\Theta$  ad duas lineas  $BD$ ,  $GA$  ductis lineas  $ZA$ ,  $ZD$ ,  $ZE$  ducimus. Manifestum est igitur ex iis, quae supra demonstrauiimus, [lineam]  $BH$  lineae  $HD$  et lineam  $G\Theta$  lineae  $A\Theta$  aequalem esse. Iam quoniam linea  $AG$  in puncto  $\Theta$  in duas partes aequales, in puncto  $E$  in duas partes inaequales diuisa est, ex II, 5 rectangulum duobus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum cum quadrato lineae  $\Theta E$  quadrato lineae  $\Theta A$  aequale erit. Quadrato igitur lineae  $Z\Theta$  communi sumpto rectangulum duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum cum summa duorum quadratorum duarum linearum  $\Theta E$ ,  $\Theta Z$  aequale erit summae

<sup>1)</sup> Librarius uerba falso repetita لكن بحسب برهان deleuit.

ز د رَا فَمِنْ اَجَلِ اَنْ خَطَ ب د قَدْ اَنْقَسَمَ بِنَصْفَيْنِ عَلٰى عَلَامَةِ ح  
 48 u. وبقسمين مختلفين على علامة ه فبحسب برهان ه من ب فان  
 القائم الزوايا الذى يحيط به خطا ب ه د مع المربع الكائن من  
 خط ح ه مساو للمربع الكائن من خط ح د وناخذ مربع خط ز ح  
 مشتركا فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا ب ه د مع المربعين  
 الكائنين من خطى ح ه ح ز مساو لجميع المربعين الكائنين من  
 خطى ح ز ح د لكن مجموع المربعين الكائنين من خطى ز ح ح ه  
 مساو للمربع الكائن من خط ز ه فيكون القائم الزوايا الذى يحيط  
 به خطا ب ه د مع المربع الكائن من خط ه ز مساوياً لمجموع  
 المربعين الكائنين من خطى ز ح ح د لكن بحسب برهان مو من  
 ا فان مجموع المربعين الكائنين من خطى ز ح ح د<sup>1</sup> مساو للمربع  
 الكائن من خط ا ز المساوى لخط ز د فالقائم الزوايا الذى يحيط به  
 خطا ب ه د مع المربع الكائن من خط ز ه اذن مساو للمربع الكائن  
 من خط ا ز ومن اجل ان نقطة ه منتصف خط ا ج وقد خرج من  
 نقطة ز التى هى المركز اليه خط ز ه فظاهر بحسب برهان ج من ج  
 ان زاوية ا ه ز قائمة فمجموع المربعين الكائنين من خطى ز ه ا مساو  
 للمربع الكائن من خط ا ز فاذا اسقطنا المربع الكائن من خط ز ه  
 المشترك بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا ب ه د مساويا  
 للمربع الكائن من خط ا ه لكن ا ه مساو لخط ه ج فالقائم الزوايا  
 الذى يحيط به خطا ب ه د اذن مساو للقائم الزوايا الذى يحيط  
 به خطا ا ه ج وذلك ما اردنا ان نبين . وايضا فى الصورة الخامسة  
 تقاطع وترا ا ج ب د على نقطة ه وليس واحد منهما يمر بالمركز ولا

relinquitur rectangulum duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum rectangulo duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehenso aequale. Q. n. e. d.

Rursus in figura quarta duae chordae  $AG$ ,  $BD$  non in centro inter se secant, sed altera alteram in duas partes aequales secat.

Supponimus, lineam  $BD$  [lineam]  $AG$  in puncto  $E$  in duas partes aequales secare. Dico, rectangulum duabus lineis  $AE$ ,  $EG$  comprehensum [rectangulo duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehenso aequale esse].

**Demonstratio.** Quoniam linea  $BD$  [lineam]  $AG$  in puncto  $E$  in duas partes aequales secat, linea  $AG$  lineam  $BD$  in duas partes aequales non secabit, quia iam in III, 4 demonstratum est, si duae chordae in circulo inter se secent non per centrum transeuntes, alteram alteram in duas partes aequales non secare; linea  $AG$  igitur lineam  $BD$  in duas partes inaequales secabit.

Supponamus, maiorem partem esse lineam  $BE$ . A centro, quod sit punctum  $Z$ . perpendiculari, quae sit  $ZH$ , ad lineam  $DB$  ducta lineas  $ZE$ ,  $ZD$ ,  $ZA$  ducimus. Quoniam igitur linea  $BD$  in puncto  $H$  in duas partes aequales, in puncto  $E$  in duas partes inaequales diuisa est. ex II, 5 rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $HE$  quadrato lineae  $HD$  aequale erit. Quadrato lineae  $ZH$  communi sumpto rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum  $HE$ ,  $HZ$  aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZH$ ,  $HD$ . Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZH$ ,  $HE$  quadrato lineae  $ZE$  aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $EZ$  aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZH$ ,  $HD$ . Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZH$ ,  $HD$  aequalis est

---

<sup>1-1)</sup> Haec uerba falso repetita.

<sup>2-2)</sup> Falso repetita.

<sup>3)</sup> Uerbis unculis inclusa in codice desunt.

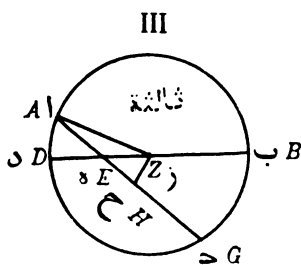
للمربع الكائن من خط  $\overline{ز د}$  وايضا فبحسب برهان  $\overline{م و}$  من  $\overline{ا}$  فان مجموع المربعين الكائنين من خطي  $\overline{ح ز}$   $\overline{ه مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  (1) فالقائم الزوايا الذي يحيط به خط  $\overline{ه ا}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  (1) مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ز د}$  . وايضا فان خط  $\overline{ب د}$  قد انقسم بنصفين على نقطة  $\overline{ز}$  وبقسمين مختلفين على نقطة  $\overline{ه}$  فبحسب برهان  $\overline{ه}$  من  $\overline{ب}$  فان القائم الزوايا الذي يحيط به خط  $\overline{ب ه}$  مع المربع الكائن (2) من خط (2)  $\overline{ز ه}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{ز د}$  فالقائم الزوايا الذي يحيط به خط  $\overline{ب ه}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  اذن مساو للقائم الزوايا الذي يحيط به خط  $\overline{ه ا}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  فاذا القينا المربع الكائن من خط  $\overline{ز ه}$  المشترك بقى القائم الزوايا الذي يحيط به خط  $\overline{ه ا}$  مساويا للقائم الزوايا الذي يحيط به خط  $\overline{ب ه}$  وذلك ما اردنا ان نبين .$

وايضا في الصورة الرابعة تقاطع وترا  $\overline{ا ج ب د}$  على غير المركز لكن قطع احدهما الاخر بنصفين فننزل ان خط  $\overline{ب د}$  قاطع  $\overline{ا ج}$  بنصفين على علامة  $\overline{ه}$  فاقول ان القائم الزوايا الذي يحيط به خط  $\overline{ا ه ج}$  [مساو للقائم الزوايا الذي يحيط به خط  $\overline{ب ه د}$  (3) برهانه من اجل ان خط  $\overline{ب د}$  قاطع  $\overline{ا ج}$  بنصفين على نقطة  $\overline{ه}$  فان خط  $\overline{ا ج}$  غير مقاطع لخط  $\overline{ب د}$  بنصفين لانه قد تبين ببرهان  $\overline{د}$  من  $\overline{ج}$  ان كل وترين يتقاطعان في دائرة ولا يجوز ان على المركز فليس يقطع كل واحد منهما الاخر بنصفين فخط  $\overline{ا ج}$  اذن يقطع خط  $\overline{ب د}$  بقسمين مختلفين فلننزل القسم الاعظم خط  $\overline{ب ه}$  ونخرج من المركز الذي هم نقطة  $\overline{ز}$  عمودا الى خط  $\overline{د ب}$  وليكن عمود  $\overline{ز ح}$  ونخرج خطوط  $\overline{ه$

Rursus in figura tertia diametrus  $BD$  et chorda  $AG$  ad angulos non rectos in puncto  $E$  inter se secant.

Ex III, 3 manifestum est, punctum  $E$  in media chorda  $AG$  non esse. Sit linea  $GE$  linea  $AE$  maior. A centro, quod sit punctum  $Z$ , ad lineam  $AG$  ex I, 12 perpendicularem  $ZH$  ducimus; itaque ex III, 3 manifestum est, perpendicularem  $ZH$  chordam  $AG$  in puncto  $H$  in duas partes aequales diuidere. Linea  $AG$  igitur in puncto  $H$  in duas partes aequales, in puncto  $E$  in duas partes inaequales diuisa est; itaque ex II, 5 rectangulum duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum cum quadrato lineae  $HE$  aequale erit quadrato lineae  $AH$ . Quadrato lineae  $ZH$  communi sumpto rectangulum duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum  $EH$ ,  $ZH$  aequale est summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZH$ ,  $HA$ . Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZH$ ,  $HA$  aequalis est quadrato lineae  $ZD$ , lineae  $ZA$  aequalis; itaque rectangulum duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum  $EH$ ,  $ZH$  quadrato lineae  $ZD$  aequale erit. Rursus ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum  $HZ$ ,  $HE$  quadrato lineae  $ZE$  aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  quadrato lineae  $ZD$  aequale erit.

Rursus linea  $BD$  in puncto  $Z$  in duas partes aequales, in puncto  $E$  in duas partes inaequales diuisa ex II, 5 rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  quadrato lineae  $ZD$  aequale est; rectangulum igitur duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  rectangulo duabus lineis  $GE$ ,  $EA$  comprehenso cum quadrato lineae  $ZE$  aequale erit. Itaque quadrato lineae  $ZE$  communi subtracto

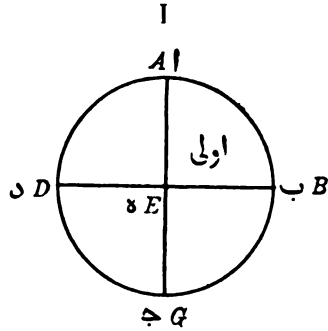


1) ! من in margine addita.

بحسب برهان  $MO$  من  $A$  فان المربع الكائن من خط  $az$  مساو لجموع  
المربعين الكائنين من خطي  $زه$   $هـا$  فالقائم الزوايا الذي يحيط به  
خطا  $بـه$   $هـد$  مع المربع الكائن من خط  $زه$  مساو لجموع المربعين  
الكائنين من خطي  $زه$   $هـا$  فاذا اسقطنا المربع الكائن من خط  $زه$   
بقي القائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $بـه$   $هـد$  مساويا للمربع  
الكائن من خط  $اه$  لكن خط  $اه$  مساو لخط  $هـج$  فالقائم الزوايا الذي  
يحيط به خطا  $(ا)$   $بـه$   $هـد$  مساو للقائم الزوايا الذي يحيط به خطا  
 $اه$   $هـج$  وذلك ما اردنا ان نبين .

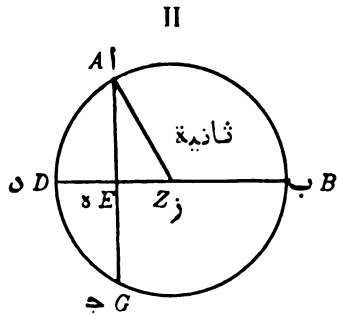
وايضا في الصورة الثالثة تقاطع قطر  $بـد$  ووتر  $اـج$  على زوايا غير  
قائمة على نقطة  $هـ$  فبين برهان  $جـ$  من  $د$  ان نقطة  $هـ$  ليست على  
منصف وتر  $اـج$  فليكن خط  $جـه$  اعظم من خط  $اه$  وتخرج من المركز  
وهو نقطة  $ز$  الى خط  $اـج$  عمود  $زح$  كما بين اخراجه ببرهان يب من  
 $ا$  فظاهر ببرهان  $جـ$  من  $د$  ان عمود  $زح$  يقسم وتر  $اـج$  بنصفين على  
نقطة  $ح$  فخط  $اـج$  قد قسم بنصفين على نقطة  $ح$  وبقسمين مختلفين  
على نقطة  $هـ$  فبرهان  $هـ$  من  $ب$  يكون القائم الزوايا الذي يحيط به  
خطا  $جـه$   $هـا$  مع المربع الكائن من خط  $هـح$  مساويا للمربع الكائن  
من خط  $اـح$  وناخذ مربع خط  $زح$  مشتركا فالقائم الزوايا الذي  
يحيط به خطا  $جـه$   $هـا$  مع المربعين الكائنين من خطي  $هـح$   $زح$  مساو  
لجموع المربعين الكائنين من خطي  $زح$   $حـا$  لكن بحسب برهان  
 $مو$  من  $ا$ <sup>1</sup> فان مجموع المربعين الكائنين من خطي  $زح$   $حـا$  مساو  
للمربع الكائن من خط  $زد$  المساوي لخط  $زا$  فالقائم الزوايا الذي  
يحيط به خطا  $جـه$   $هـا$  مع المربعين الكائنين من خطي  $هـح$   $زح$  مساو

Demonstratio. Quoniam punctum  $E$  centrum est circuli  $ABGD$ , quattuor lineae  $EA$ ,  $EB$ ,  $EG$ ,  $ED$  inter se aequales sunt, quia a centro ad ambitum ductae sunt. Itaque rectangulum duabus partibus  $AE$ ,  $EG$  comprehensum rectangulo duabus partibus  $BE$ ,  $ED$  comprehenso aequale erit. Q. n. e. d.



Rursus in figura secunda diametrus  $BD$  chordam  $AG$  in duas partes aequales in puncto  $E$  secat. Ex III, 3 igitur manifestum est, eas ad angulos rectos inter se secare.

Centrum circuli  $Z$  est.  $AZ$  ducimus. Quoniam igitur linea  $BD$  in puncto  $Z$  in duas partes aequales, in puncto  $E$  in duas partes inaequales diuisa est, ex II, 5 rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$



quadrato lineae  $ZD$  aequale erit. Sed linea  $AZ$  lineae  $ZD$  aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  quadrato lineae  $AZ$  aequale erit. Ex I, 46 autem quadratum lineae  $AZ$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZE$ ,  $EA$  aequale est; itaque rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $ZE$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZE$ ,  $EA$  aequale erit. Quadrato lineae  $ZE$  subtracto relinquitur rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum quadrato lineae  $AE$  aequale. Sed linea  $AE$  lineae  $EG$  aequalis est. Itaque rectangulum duabus lineis  $BE$ ,  $ED$  comprehensum rectangulo duabus lineis  $AE$ ,  $EG$  comprehenso aequale est. Q. n. e. d.

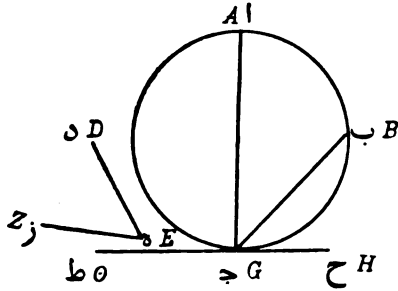
<sup>1)</sup> In margine clarius scriptum. <sup>2)</sup> In cod.: الزاوية



لها جميعا على المركز واما ان يكون احدهما يمرّ بالمركز ويُقَطِّعُ  
 الاخر بنصفين وعلى زوايا قائمة واما ان يمرّ احدهما على المركز ولا  
 يُقَطِّعُ الاخر بنصفين واما ان لا يمرّ بالمركز ويُقَطِّعُ احدهما الاخر  
 بنصفين واما ان لا يمرّ بالمركز ولا يقاطع احدهما الاخر بنصفين  
 ولا على زوايا قائمة واما ان لا يمرّ بالمركز ولا يُقَطِّعُ احدهما الاخر  
 بنصفين لكنهما يتقاطعان على زوايا قائمة فنَجْعَلُ اذن لذلك  
 ستَّ صُغْبٍ<sup>(١)</sup> متواليةً اولى وثانيةً وثالثةً ورابعةً وخامسةً وسادسةً  
 ولتكن ستّ دوائر على كل دائرة منها  $\overline{اب}$  جد فلتنكّن الدائرة الاولى  
 عليها  $\overline{اب}$  جد يتقاطع فيها القطران على مركز  $\overline{هـ}$  فاقول ان القائم  
 الزوايا الذي يُحيط به قسما  $\overline{اهـ}$  مساو للقائم الزوايا الذي يحيط  
 به قسما  $\overline{بهـ}$   $\overline{هـد}$  برهانه من اجل ان نقطة  $\overline{هـ}$  مركز لدائرة  $\overline{اب}$  جد  
 فالخطوط الاربعة متساوية  $\overline{هـا}$   $\overline{هـب}$   $\overline{هـج}$   $\overline{هـد}$  لانها خرجت من المركز  
 الى المحيط فالقائم الزوايا الذي يحيط به قسما  $\overline{اهـ}$  مساو للقائم  
 الزوايا الذي يحيط به خطا  $\overline{بهـ}$   $\overline{هـد}$  وذلك ما اردنا ان نبين .  
 وايضا فانّ في الصورة الثانية قاطع قطر  $\overline{بـد}$  وتر  $\overline{اـج}$  بنصفين على  
 نقطة  $\overline{هـ}$  فظاهر برهان  $\overline{جـ}$  من  $\overline{جـ}$  انهما يتقاطعان على زوايا قائمة  
 ومركز الدائرة  $\overline{ز}$  ونصل  $\overline{از}$  فمن اجل ان خط  $\overline{بـد}$  قد قُسم بنصفين  
 على نقطة  $\overline{ز}$  وبقسامين مختلفين على نقطة  $\overline{هـ}$  فانه بحسب برهان  $\overline{هـ}$   
 من  $\overline{ب}$  يكون القائم الزوايا<sup>(٢)</sup> الذي يحيط به خطا  $\overline{بهـ}$   $\overline{هـد}$  مع المربع  
 الكائن من خط  $\overline{زهـ}$  مساويا للمربع الكائن من خط  $\overline{زد}$  لكن خط  
 $\overline{از}$  مساو لخط  $\overline{زد}$  فاذن القائم الزوايا الذي يحيط به خطا  $\overline{بهـ}$   $\overline{هـد}$  مع  
 المربع الكائن من خط  $\overline{زهـ}$  مساو للمربع الكائن من خط  $\overline{از}$  لكن

48 r.

trum secat. Itaque ex III, 31 manifestum est, angulum  $BGH$  angulo alterno, qui in segmento  $BAG$  positus sit, aequalem esse. Sed angulum  $BGH$  angulo  $DEZ$  aequalem construximus. Itaque angulus in segmento  $BAG$  positus angulo  $DEZ$  aequalis est. Ergo iam a circulo  $ABG$  segmentum  $BAG$  abscidimus, quod angulum angulo  $DEZ$  aequalem capit. Q. n. e. d.



### Propositio XXXIV libri tertii.

Si in circulo duae chordae inter se secant, rectangulum una parte [alterius] duarum linearum cum altera parte comprehensum aequale est rectangulo comprehenso una parte alterius lineae cum altera parte.

Sex sunt huius sectionis rationes, aut ut sectio utriusque lineae in centro sit, aut ut altera per centrum ducta sit et alteram in duas partes aequales secet et ad angulos rectos, aut ut altera per centrum ducta sit, sed alteram in duas partes aequales non secet, aut ut neutra per centrum ducta sit et altera alteram in duas partes aequales secet, aut ut neutra per centrum ducta sit et altera alteram nec in duas partes aequales nec ad angulos rectos secet, aut ut neutra per centrum ducta sit nec altera alteram in duas partes aequales secet, sed inter se ad angulos rectos secent.

Ponimus igitur sex deinceps casus difficiles, I, II, III, IV, V, VI, et sex circuli sint, et in singulis  $ABGD$ .

Sit primus circulus  $ABGD$ , in quo duae chordae in centro  $E$  inter se secant. Dico, rectangulum duabus partibus  $AE$ ,  $EG$  comprehensum rectangulo duabus partibus  $BE$ ,  $ED$  comprehenso aequale esse.

اردنا من النقط التي على محيط دائرة  $\overline{اب}$  خطا يُماسّ الدائرة فننزل ان النقطة نقطة  $\overline{ج}$  ونجيز عليها خط  $\overline{حط}$  يُماسّ دائرة  $\overline{اب}$  وذلك بحسب ما بينا ببرهان يه من  $\overline{ج}$  وهو انا نجيز على نقطة  $\overline{ج}$  قطر الدائرة ونقيم على طرف القطر الذي عند نقطة  $\overline{ج}$  خطا على زاوية قائمة وهو خط  $\overline{حط}$  فخط  $\overline{حط}$  اذن مُماسّ للدائرة ونعمل على نقطة  $\overline{ج}$  من خط  $\overline{حط}$  زاويةً مساويةً لزاوية  $\overline{دهز}$  ولتكن زاوية  $\overline{بجح}$  فيمن اجل ان خط  $\overline{حط}$  يُماسّ دائرة  $\overline{اب}$  وقد خرج من العلامة التي عليها المُماسّة خط  $\overline{ج ب}$  فقطع الدائرة على غير المركز فيمن البين<sup>1)</sup> ببرهان لا من  $\overline{ج}$  ان زاوية  $\overline{بجح}$  مساوية للزاوية التي تقع في قطعة  $\overline{ب ا}$  المبادلة لها لكننا<sup>2)</sup> عملنا زاوية  $\overline{بجح}$  مساويةً لزاوية  $\overline{دهز}$  فالزاوية التي في قطعة  $\overline{ب ا}$  مساوية لزاوية  $\overline{دهز}$  فقد فصلنا من دائرة  $\overline{اب}$  قطعة  $\overline{ب ا}$  تقبل زاويةً مساويةً لزاوية  $\overline{دهز}$  وذلك ما اردنا ان نبين .:

### الشكل الرابع والثلاثون من المقالة الثالثة

كل وترين يتقاطعان في دائرة فان السطح القائم الزوايا الذي يُحيط به احد تسمى [احد]<sup>3)</sup> الحظيين مع قسمة الاخر مساو للسطح القائم الزوايا الذي يُحيط به احد القسمين من الخط الاخر مع قسمة الاخر .: هذا التقاطع له ست جهاتٍ اما ان يكون التقاطع

1) Sic correctum; scriba mihi videtur prius scripsisse: خطيين

2) Sic in margine correctum. Librarius prius scripsit: لكنها

3) Cfr. Al-Thusium. Ed. Rom. p. 87.

struimus. Quoniam duo anguli  $A$ ,  $B$  inter se aequales sunt, duo latera  $QA$ ,  $QB$  inter se aequalia erunt. (Itaque punctum  $Q$  centrum est circuli.\*) Quare circulus in puncto\*\*)  $Q$  et radio  $QA$  descriptus per duo puncta  $A$ ,  $B$  transit nec omnino a linea  $AF$  neque a linea in directum ab ea ducta secatur. Circulus sit  $AB$ . Et quoniam linea  $AF$  in termino diametri  $QA$  ad rectos angulos erecta est, ex III, 15 linea  $AF$  circumulum  $AB$  extrinsecus continget. Et quoniam linea  $AF$  circumulum  $AB$  contingit, et a puncto contactus linea  $AB$  ducta est, circumulum non per centrum secat. Ex III, 31 igitur angulus in segmento  $AB$  maiore positus angulo  $N\Xi O$  aequalis erit. Ergo in data linea  $AB$  segmentum  $AB$  maius ereximus, quod angulum dato angulo  $N\Xi O$  acuto aequalem capit. Q. n. e. d.

### Propositio XXXIII libri tertii.

Demonstrare uolumus, quo modo a circulo dato segmentum, quod angulum angulo dato aequalem capiat, abscindamus.

Circulum datum supponimus esse circumulum  $ABG$  et angulum datum esse angulum  $DEZ$ . Demonstrare uolumus, quo modo a circulo  $ABG$  segmentum abscindamus, quod angulum angulo  $DEZ$  aequalem capiat.

Per quodlibet punctorum in ambitu circuli  $ABG$  positorum lineam ducimus circumulum contingentem. Quod punctum supponimus esse punctum  $G$ , et per id ex III, 15 [scr. 16] lineam  $H\Theta$  ducimus circumulum  $ABG$  contingentem; et hoc ita fit, ut ad punctum  $G$  diametrum circuli ducamus et in termino diametri, qui ad punctum  $G$  est, ad rectos angulos lineam erigamus, scilicet lineam  $H\Theta$ . Linea  $H\Theta$  igitur circumulum contingit. Et in puncto  $G$  lineae  $H\Theta$  angulum angulo  $DEZ$  aequalem construimus, qui sit angulus  $BGH$ . Quoniam linea  $H\Theta$  circumulum  $ABG$  contingit, et a puncto contactus linea  $GB$  ducta est, circumulum extra cen-

---

\*) Haec uerba male addita sunt.

\*\*) [scr. centro].

مساويةً لزاوية ن س ع فمن اجل ان زاوية ن س ع حادة تكون زاوية  
 ب ا ف حادة ايضا فنقيم على <sup>1)</sup> نقطة ا من خط ا ف عمود ا ق فزاوية  
 ب ا ق حادة فنعمل على نقطة ب من خط ا ب زاوية ا ب ق مساويةً  
 لزاوية ب ا ق فمن اجل ان زاويتي ا ب متساويتان فان ساقى ق ا  
 ق ب متساويتان فنقطه ق مركز الدائرة فالدائرة المرسومة على نقطة  
 ق وبعده ق ا تمر بنقطتى ا ب ولا تقطع من خط ا ف ولا الخط  
 الذى على استقامته شيا ولنكن دائرة ا ب ومن اجل ان خط ا ف  
 قائم على طرف قطر ق ا على زوايا قائمة فبحسب برهان يه من ج  
 يكون خط ا ف مماساً لدائرة ا ب من خارج ومن اجل ان خط ا ف  
 يماس دائرة ا ب وقد خرج من نقطة المماسه خط ا ب فقطع الدائرة  
 على غير المركز فان بيرهان لا من ج تكون الزاوية التى تقع في  
 قطعة ا ب العظمى مساويةً لزاوية ن س ع فقد اثبتنا على خط ا ب  
 المعلوم قطعة ا ب العظمى تقبل زاويةً مثل زاوية ن س ع الحادة  
 المعلومه وذلك ما اردنا ان نبين .:

47 u.

### الشكل الثالث والثلاثون من المقالة الثالثة

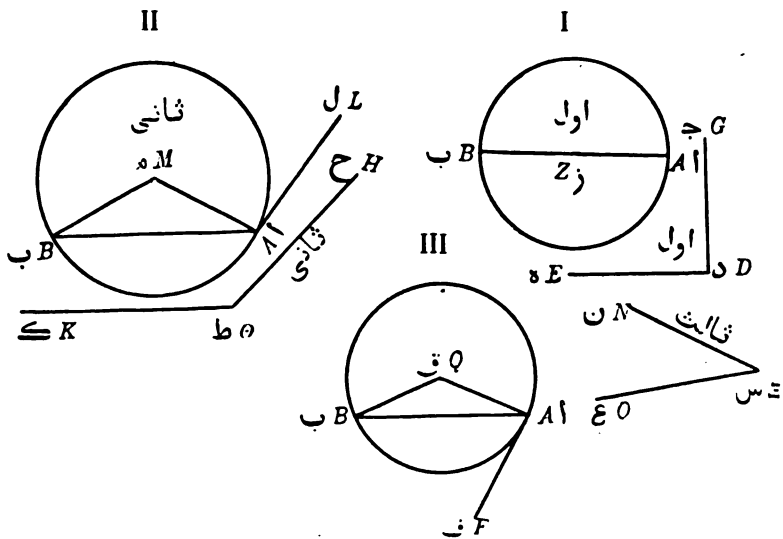
نريد ان نبين كيف نفصل من دائرة معلومة قطعةً تقبل  
 زاويةً مساويةً لزاوية معلومة فننزل ان الدائرة المعلومة دائرة ا ب ج  
 والزاوية المعلومة زاوية ده ز ونريد ان نبين كيف نفصل من دائرة  
 ا ب ج قطعةً تقبل زاويةً مساويةً لزاوية ده ز فنجيز على ا ق نقطة

<sup>1)</sup> Repetitum.

neque a linea in directum ab ea ducta secatur. Nam si omnino ab ea secaretur, linea recta in termino diametri  $MA$  ad rectos angulos erecta intra circulum caderet. Sed iam in III, 15 demonstrauimus, eam extra circulum cadere et circulum contingere; linea  $AL$  igitur circulum contingit. Et quoniam linea  $AL$  circulum  $AB$  contingit, et a puncto contactus linea  $AB$  ducta est, circulum non per centrum secat. Uerum ex III, 31 angulus in segmento minore  $AB$  positus angulo  $BAL$  alterno aequalis est. Angulus autem  $BAL$  angulo  $HOK$  obtuso aequalis constructus est. Ergo iam in linea  $AB$  figurae secundae segmentum minus  $AB$  ereximus, quod angulum angulo  $HOK$  obtuso aequalem capit. Q. n. e. d.

Relinquitur, ut demonstremus, quo modo in linea  $AB$  tertia segmentum circuli construamus, quod angulum angulo  $NZO$  acuto aequalem capiat.

In puncto  $A$  lineae  $AB$  angulum  $BAF$  angulo  $NZO$  aequalem construimus. Quoniam angulus  $NZO$  acutus est, etiam angulus  $BAF$  acutus erit. In puncto  $A$  lineae  $AF$  [lineam]  $AQ$  perpendicularem erigimus; angulus  $BAQ$  igitur acutus erit. Et ad punctum  $B$  lineae  $AB$  angulum  $ABQ$  angulo  $BAQ$  aequalem con-



بالصورة الثانية فنعمل على نقطة  $\bar{A}$  من خط  $\bar{AB}$  الثانى زاويةً مساويةً  
 لزاوية  $\bar{C}$  المنفرجة كما بين عمله ببرهان  $\bar{K}$  من  $\bar{A}$  ولتكن  
 زاوية  $\bar{B}$  ونقيم على نقطة  $\bar{A}$  من خط  $\bar{AB}$  عموداً عليه فظاهر  
 ان زاوية  $\bar{L}$  قائمة وزاوية  $\bar{M}$  حادة ثم نعمل على نقطة  $\bar{B}$  من  
 خط  $\bar{AB}$  زاوية  $\bar{N}$  مساويةً لزاوية  $\bar{M}$  فحين اجل ان مثلث  $\bar{AMN}$   
 زاويتاه اللتان فوق القاعدة متساويتان فانه بحسب برهان  $\bar{O}$  من  $\bar{A}$   
 يكون خط  $\bar{M}$  مساوياً لخط  $\bar{N}$  فاذن الدائرة المخطوطة على مركز  
 $\bar{M}$  وبعيد  $\bar{N}$  تجوز على نقطتي  $\bar{A}$  ولا يقطع من خط  $\bar{AB}$  ولا الخط  
 الذى على استقامته شيئاً لأنها متى قطعت منه شيئاً كان الخط  
 المستقيم القائم على طرف  $\bar{M}$  على زوايا قائمة يقع داخل الدائرة  
 وقد بين ببرهان  $\bar{P}$  من  $\bar{C}$  انه يقع خارج الدائرة وانه مماسٌ  
 للدائرة فخط  $\bar{AL}$  اذن مماسٌ للدائرة ومن اجل ان خط  $\bar{AL}$  يماس  
 دائرة  $\bar{AB}$  وقد خرج من النقطة التى<sup>1)</sup> عليها المماسه خط  $\bar{AB}$   
 فقطع الدائرة على غير المركز فبحسب برهان  $\bar{Q}$  لا من  $\bar{C}$  تكون الزاوية  
 التى تقع فى قطعة  $\bar{AB}$  الصغرى مساويةً لزاوية  $\bar{B}$  المبادلة لها  
 لكن زاوية  $\bar{B}$  اعلمت مساويةً لزاوية  $\bar{C}$  المنفرجة فقد اتقنا  
 على خط  $\bar{AB}$  فى الصورة الثانية قطعة  $\bar{AB}$  الصغرى تقبل زاويةً مساويةً  
 لزاوية  $\bar{C}$  المنفرجة وذلك ما اردنا ان نبين . وبقي ان نبين  
 كيف نعمل على خط  $\bar{AB}$  الثالث قطعةً دائرةً تقبل زاويةً مساويةً  
 لزاوية  $\bar{N}$  الحادة فنعمل على خط  $\bar{AB}$  على نقطة  $\bar{A}$  زاويةً  $\bar{P}$

<sup>1)</sup> Repetitum.

**Propositio XXXII libri tertii.**

Demonstrare uolumus, quo modo in linea recta data segmentum circuli erigamus, quod angulum capiat cuilibet angulo dato aequalem siue recto siue obtuso siue acuto.

Exemplificatio. Linea  $AB$  est linea data, angulus datus rectus angulus  $GDE$ , obtusus angulus  $HOK$ , acutus angulus  $NZO$ . Demonstrare uolumus, quo modo in linea  $AB$  segmentum circuli erigamus, quod capiat angulum angulo  $GDE$  aequalem, deinde segmentum, quod capiat angulum angulo  $HOK$  aequalem, deinde segmentum, quod capiat angulum angulo  $NZO$  aequalem.

Lineam  $AB$  tribus locis describimus et a prima figura describenda incipimus. Lineam  $AB$  igitur in puncto  $Z$  in duas partes aequales diuidimus et in puncto  $Z$  et radiis  $ZA$  et  $ZB$  circumulum  $AB$  describimus. Quoniam centrum circuli  $AB$  in linea  $AB$  est, linea  $AB$  erit diametrus circuli  $AB$ . Et diametrus circumulum in duas partes aequales diuidit, ut Simplicius in definitione\*) libri primi demonstrauit. Itaque utrumque segmentum in linea  $AB$  positum semicirculus est. Sed iam in III, 30 demonstratum est, segmentum, quod semicirculus sit, angulum rectum capere. Ergo semicirculus in linea  $AB$  positus angulum angulo  $GDE$  recto aequalem capit.

Iam ad figuram secundam animum aduertimus. In puncto  $A$  lineae  $AB$  secundae ex I, 23 angulum angulo  $HOK$  obtuso aequalem construimus, qui sit angulus  $BAL$ , et in puncto  $A$  lineae  $AL$  lineam  $LM$  perpendicularem erigimus. Itaque manifestum est, angulum  $LAM$  rectum et angulum  $MAB$  acutum esse. Deinde in puncto  $B$  lineae  $AB$  angulum  $ABM$  angulo  $BAM$  aequalem construimus. Quoniam igitur in triangulo  $AMB$  duo anguli ad basim positi inter se aequales sunt, ex I, 6 linea  $MA$  lineae  $MB$  aequalis erit. Quare circulus centro  $M$  et radio  $MA$  descriptus per duo puncta  $A, B$  transit nec omnino a linea  $AL$

---

\*) U. Ananitus ed. Curtze p. 20 sqq.



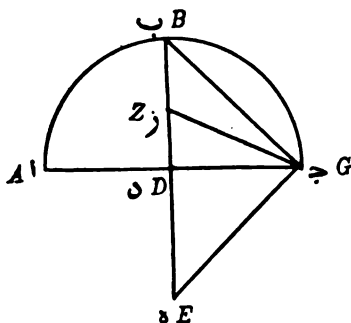
كانت الزاوية المعمولة على نقطة ج تقع كزاوية بجد ليتبين  
ان خطوط دب دج دا متساوية لتكون النقطة<sup>1</sup> مركزا للدائرة r. 47  
وايضا ليتبين لهُ ان خط اد مثل خط دج ليتبين ان مركز الدائرة  
على خط ب د او على الذى على استقامته .

### الشكل الثانى والثلاثون من المقالة الثالثة

نريد ان نبين كيف نُقيم على خط مستقيم معلوم قطعة من  
دائرة تقبل زاوية مثل زاوية معلومة اى زاوية كانت قائمة او منفرجة  
او حادة مثاله ان خط اب المخطُ المعلوم والزاوية المعلومة القائمة  
زاوية جده والمنفرجة زاوية ح ط ك والحادة زاوية ن س ع فنريد ان  
نبين كيف نُقيم [على] خط اب قطعة من دائرة تقبل زاوية مساوية  
لزاوية جده ثم قطعة تقبل زاوية مساوية لزاوية ح ط ك ثم قطعة  
تقبل زاوية مساوية لزاوية ن س ع فنرسم خط اب فى ثلاثة مواضع  
ونبتدى برسم الصورة الاولى فنقسم خط اب بنصفين على نقطة ز  
ونرسم على نقطة ز وبُعد زا وزب دائرة اب فبن اجل ان مركز دائرة  
اب على خط اب فان خط اب قطر لدائرة اب والقطر يقسم الدائرة  
بنصفين كما بين سنبلقيوس فى مُصادرة المقالة الاولى فكل واحدة  
من القطعتين اللتين على خط اب نصف دائرة وقد تبين ببرهان  
ل من ج ان القطعة التى هى نصف دائرة تقبل زاوية قائمة فنصف  
الدائرة الذى على خط اب يقبل [زاوية] مثل زاوية جده القائمة وتلرُ

<sup>1</sup>) Supra in margine correctum; in textu primum scriptum: القطعة

aequalis constructus ut angulus  $BGD$  cadit, manifestum est, centrum circuli esse in puncto  $D$ , et segmentum  $ABG$  semicirculum esse. Sin angulus ad punctum  $G$  angulo  $DBG$  aequalis constructus extra segmentum  $ABG$  cadit ut angulus  $BGE$ , centrum circuli extra segmentum  $ABG$  cadet ut punctum  $E$ . Itaque segmentum semicirculo minus erit. Si autem angulus ad punctum  $G$  angulo  $DBG$  aequalis constructus intra segmentum  $ABG$  cadit ut angulus  $BGZ$ , centrum circuli cadet intra segmentum  $ABG$  in puncto  $Z$ . Itaque nobis manifestum erit, segmentum datum semicirculo maius esse. Ergo iam demonstratum est, quo modo segmentum datum suppleamus, siue centrum in  $AG$  siue intra siue extra cadit. Q. n. e. d.



Commentator dixit. Arcum  $AG$  in duas partes aequales diuisit, ut manifestum esset, chordam arcus  $AB$  chordae arcus  $BG$  aequalem esse. Nam si lineam  $AG$  in duas partes aequales diuisisset, propositione XXIX opus fuisset,<sup>1)</sup> quae est, quo modo arcum datum in duas partes aequales diuidamus, neque ei manifestum fuisset, chordam arcus  $AB$  chordae arcus  $BG$  aequalem esse nisi post arcum  $ABG$  in duas partes aequales diuisum. Ergo necessario hanc propositionem post illam posuit. Sed hoc tantum demonstrare uoluit, angulum ad  $A$  positum angulo ad  $G$  posito aequalem esse, si angulus ad punctum  $G$  constructus ut angulus  $BGD$  caderet, ut demonstraretur, lineas  $DB$ ,  $DG$ ,  $DA$  inter se aequales esse, ut esset punctum centrum circuli, et simul ut demonstraretur, lineam  $AD$  lineae  $DG$  aequalem esse, quo adparet, centrum circuli esse in linea  $BD$  aut in ea in directum producta.

<sup>1)</sup> Textus Anaritii (Curtze p. 136) ualde corruptus est, nec Arabs satis clare exposuit, quod uult.

على نقطة  $\bar{ب}$  ويُخرج  $\bar{ب}$  من نقطة  $\bar{ب}$  إلى وتر  $\bar{ا ج}$  عمود  $\bar{ب د}$  ويُخرج وتر  $\bar{ب ج}$  ونعمل على نقطة  $\bar{ج}$  من خط  $\bar{ب ج}$  زاوية مساوية لزاوية  $\bar{د ب ج}$  فان كانت الزاوية المعمولة المساوية لزاوية  $\bar{د ب ج}$  تقع مثل زاوية  $\bar{ب ج د}$  وظاهرٌ ان مركز الدائرة على نقطة  $\bar{د}$  وان قطعة  $\bar{ا ب ج}$  نصف دائرة وان كانت الزاوية المعمولة على نقطة  $\bar{ج}$  المساوية لزاوية  $\bar{د ب ج}$  تقع خارج قطعة  $\bar{ا ب ج}$  كزاوية  $\bar{ب ج د}$  فان مركز الدائرة يقع<sup>1)</sup> خارج قطعة  $\bar{ا ب ج}$  كنقطة  $\bar{ه}$  فتكون القطعة اصغر من نصف دائرة وان كانت الزاوية المعمولة على نقطة  $\bar{ج}$  المساوية لزاوية  $\bar{د ب ج}$  تقع داخل قطعة  $\bar{ا ب ج}$  كزاوية  $\bar{ب ج ز}$  فان مركز الدائرة يقع داخل قطعة  $\bar{ا ب ج}$  على نقطة  $\bar{ز}$ <sup>2)</sup> فيظهر لنا ان القطعة المفروضة اعظم من نصف دائرة فاذن قد تبين كيف ننتم القطعة<sup>3)</sup> المفروضة اين وقع المركز على  $\bar{ا ج}$  او داخله او خارجه وذلك ما اردنا ان نبين .: قال المُفسر قسم قوس  $\bar{ا ج}$  بنصفين ليظهر ان وتر قوس  $\bar{ا ب}$  مساو لوتر قوس  $\bar{ب ج}$  لانه لو قسم خط  $\bar{ا ج}$  بنصفين لكان يقتضى الشكل التاسع والعشرين وهو كيف نقسم قوساً معلومةً بنصفين وما كان يظهر له ان وتر قوس  $\bar{ا ب}$  مساو لوتر قوس  $\bar{ب ج}$  الا بعد قسمته قوس  $\bar{ا ب ج}$  بنصفين فبالواجب جعل هذا الشكل بعد ذلك الشكل وانما اراد ان يُبين ان الزاوية التي عند  $\bar{ا}$  مساوية للزاوية التي عند  $\bar{ج}$  اذا

1) In margine: قال الشيخ ويتوهم فيه خط  $\bar{ا ه}$  eum lineam  $\bar{ا ه}$  supposuisse.

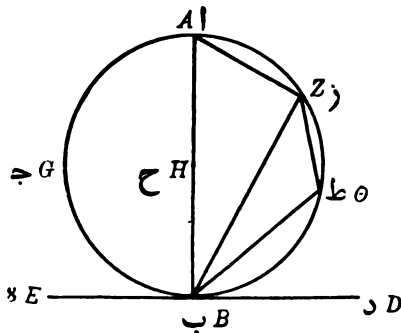
2) In margine: قال الشيخ ويتوهم فيه خط  $\bar{ا ز}$  eum lineam  $\bar{ا ز}$  supposuisse.

3) Falso repetitum.

gulus  $AZB$  rectus erit. Angulo igitur  $ABZ$  communi sumpto summa duorum angulorum  $AZB$ ,  $ABZ$  toti angulo  $ZBE$  aequalis erit. Summa autem duorum angulorum  $ZBE$ ,  $ZBD$  duobus rectis aequalis est; uerum etiam summa trium angulorum trianguli, scilicet angulorum  $ABZ$ ,  $AZB$ ,  $ZAB$ , duobus rectis aequalis est; itaque coniuncti duobus angulis  $ZBD$ ,  $ZBE$  aequales sunt. Ergo subtracto angulo  $ZBE$  et duobus angulis  $AZB$ ,  $ZBA$  subtractis relinquitur angulus  $ZBD$  angulo  $ZAB$  in segmento  $ZAGB$  posito aequalis.

Et quoniam spatium quadrilaterum  $AZ\Theta B$  in circulo  $AB$  positum est, duo anguli eius oppositi duobus rectis aequales sunt; itaque duo anguli  $ZAB$ ,  $Z\Theta B$  duobus rectis aequales sunt et ea de causa duobus angulis  $ZBD$ ,  $ZBE$  aequales. Sed iam demonstrauimus, angulum  $ZAB$  angulo  $ZBD$  aequalem esse; relinquitur igitur angulus  $Z\Theta B$  [scr.  $ZBE$ ] angulo  $ZBE$  [ $Z\Theta B$ ] in segmento  $B\Theta Z$  posito aequalis. Ergo iam demonstratum est, duos angulos ad utramque partem lineae  $ZB$  positos duobus angulis alternis in duobus segmentis circuli positis aequales esse. Q. n. e. d.

Si uero linea  $ZB$  diametrus circuli est, manifestum est, utrumque angulum ad utramque partem eius positum rectum esse et utrius ex duobus angulis in semicirculo positis aequalem.

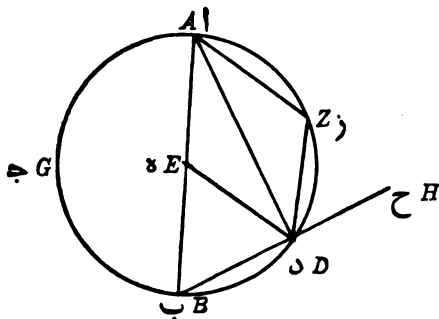


**Propositio Heronis.** Segmento circuli dato demonstrare uolumus, quo modo circulum, cuius segmentum est, suppleamus.

Sit segmentum  $ABGD$ . Arcu  $ABG$  in duas partes aequales in puncto  $B$  diuiso a puncto  $B$  ad chordam  $AG$  perpendicularem  $BD$  ducimus. Chorda  $BG$  ducta in puncto  $G$  lineae  $BG$  angulum  $DBG$  aequalem construimus. Si angulus angulo  $DBG$

علامة ط ونُخرج خطى طز طب ونستخرج مركز الدائرة فننزل انها  
 نقطة ح ونُخرج خط بح فظاهر بيهان يز من ج ان خط اح ب  
 قائم على خط ده على زوايا قائمة على نقطة ب فزاوية ابه قائمة  
 ومن اجل ان قطعة ازب نصف دائرة فببرهان ل من ج تكون  
 زاوية ازب قائمة فاذا اخذنا زاوية ابز مشتركة كان مجموع  
 زاويتي ازب ابز مساوياً لجميع زاوية زبه لكن مجموع زاويتي زبه  
 زبد مساو لزاويتين قائمتين ولكن مجموع زوايا المثلث الثالث  
 اعنى زوايا ابز ازب زاب مساو لزاويتين قائمتين فهى اذن مجموعة  
 مثل زاويتي زبد زبه فاذا اسقطنا زاوية زبه بزويتي ازب زبا  
 بقيت زاوية زبد مساوية لزاوية زاب وهى فى قطعة زاجب ومن اجل  
 ان سطح ازطب ذو اربعة اضلاع فى دائرة اب فان كل زاويتين  
 منه تتقابلان مساويتان لزاويتين قائمتين فزاويتنا زاب زطب اذن  
 مساويتان لزاويتين قائمتين فهما اذن مساويتان لزاويتي زبد زبه  
 وقد بينا ان زاوية زاب مساوية لزاوية زبد فتبقى زاوية زطب  
 مساوية لزاوية زبه وهى فى قطعة بطز فقد تبين ان الزاويتين  
 اللتين عن جنبتي خط زب مساويتان للزاويتين اللتين تقعان  
 فى قطعتي الدائرة المتبادلتين وذلك ما اردنا ان نبين فان كان  
 خط زب قطر الدائرة فبين ان كل واحد من الزاويتين  
 اللتين عن جنبتيه قائمة ومساوية لكل واحدة من الزاويتين  
 اللتين تقعان فى نصف الدائرة .: شكل لايرن اذا كانت قطعة  
 من دائرة معلومة نريد ان نبين كيف نتم الدائرة التى القطعة  
 منها فلنكن القطعة التى عليها اب جد ونقسم قوس اب بنصفين

erecta angulus arcu  $BD$  et linea  $AD$  comprehensus recto maior erit, ergo obtusus. Et quoniam in linea recta  $BH$  erecta est linea  $AD$ , et angulus  $ADB$  rectus est, etiam angulus  $ADH$  rectus est; quod ex I, 13 manifestum est. Ergo angulo, qui arcu conuexo  $ZD$  et linea  $DH$  comprehenditur, subtracto relinquitur angulus arcu  $ZD$  et linea  $AD$  comprehensus acutus. Q. n. e. d.



### Propositio XXXI libri tertii.

Si recta linea circulum contingit, et a puncto contactus alia linea recta ducitur, quae circulum non per centrum secat, duo anguli ad utramque partem eius positi aequales sunt duobus angulis, qui in duobus segmentis circuli alternis positi sunt.

Exemplificatio. Circulum  $AB$  linea  $DE$  in puncto  $B$  contingit. A puncto  $B$  ducitur linea  $BZ$ , quae circulum non per centrum secat. Dico, duos angulos  $ZBD$ ,  $ZBE$  aequales esse duobus angulis, qui in duobus segmentis  $ZAGB$ ,  $Z\Theta B$  positi sint, hoc est angulum  $ZBD$  aequalem esse angulo in segmento  $ZAGB$  posito, et angulum  $ZBE$  angulo in segmento  $B\Theta Z$  posito aequalem.

Demonstratio. In arcu  $ZB$  punctum quodlibet sumimus, quod punctum  $\Theta$  esse supponimus. Duabus lineis  $\Theta Z$ ,  $\Theta B$  ductis centrum circuli sumimus, quod punctum  $H$  esse supponimus. Linea  $BHA$  ducta ex III, 17 manifestum est, lineam  $AHB$  ad lineam  $DE$  perpendicularem esse in puncto  $B$ ; quare angulus  $ABE$  rectus est.

Quoniam segmentum  $AZB$  semicirculus est, ex III, 30 an-

محيطها تكون منفرجة وذلك ما اردنا ان نبين . وايضا اقول ان الزاوية التي يحيط بها قوس  $\overline{ب د}$  وتر  $\overline{د ا}$  منفرجة وهي زاوية قطعة  $\overline{ازد}$  برهانه انا نُخرج خط  $\overline{ب د}$  على الاستقامة الى نقطة  $\overline{ح}$  فلان زاوية  $\overline{ادب}$  قائمة فانا متى رفعنا وتر  $\overline{ب د}$  كانت الزاوية التي يحيط بها قوس  $\overline{ب د}$  وخط  $\overline{اد}$  اعظم من قائمة فهي اذن منفرجة ومن اجل ان خط  $\overline{اد}$  قائم على خط  $\overline{ب ح}$  المستقيم وزاوية  $\overline{ادب}$  قائمة فان زاوية  $\overline{ادح}$  ايضاً تكون قائمة وذلك بين برهان  $\overline{ب د}$  من ا فاذا اسقطنا الزاوية التي يحيط بها تقبيب  $\overline{زد}$  وخط  $\overline{د ح}$  بقيت الزاوية التي يحيط بها قوس  $\overline{زد}$  وخط  $\overline{اد}$  حادة وذلك ما اردنا ان نبين .

### الشكل الواحد والثلاثون من المقالة الثالثة

كل دائرة ماسها خط مستقيم واخرج من نقطة الماسة خط اخر مستقيم يقطع الدائرة على غير المركز فان الزاويتين اللتين تقعان عن جنبتيه مساويتان للزاويتين اللتين تقعان في قطعتي الدائرة المتبادلتين مثاله ان دائرة  $\overline{اب}$  يماسها خط  $\overline{ده}$  على نقطة  $\overline{ب}$  وقد خرج من نقطة  $\overline{ب}$  خط  $\overline{ب ز}$  يقطع الدائرة على غير المركز فاقول ان زاويتي  $\overline{ز ب د}$  زاوية  $\overline{ز ب د}$  مساويتان للزاويتين اللتين تقعان في قطعتي  $\overline{ز ا ب}$   $\overline{ز ط ب}$  اما زاوية  $\overline{ز ب د}$  فهي مساوية للزاوية التي تقع في قطعة  $\overline{ز ا ب}$  واما زاوية  $\overline{ز ب د}$  فمساوية للزاوية التي تقع في قطعة  $\overline{ب ط ز}$  46 u. برهانه انا نعلم على قوس  $\overline{ز ب}$  علامة  $\overline{اين}$  وقعت منها<sup>1)</sup> فننزل انها

<sup>1)</sup> In textu فان erasum.

rius; quare ex I, 5  $\angle EAD = EDA$ . Et quoniam angulus  $DEB$  ad triangulum extrinsecus positus est, ex I, 32 angulus  $DEB$  duobus angulis  $EAD$ ,  $EDA$  aequalis est; quare angulus  $DEB$  angulo  $EDA$  duplo maior erit. Eadem demonstratione et eadem ratione demonstramus, angulum  $AED$  angulo  $EDB$  duplo maiorem esse. Itaque summa duorum angulorum  $DEA$ ,  $DEB$  toto angulo  $ADB$  duplo maior est. Quoniam autem, si linea in linea erecta est, duo anguli ad utramque partem eius positi aut recti aut duobus rectis aequales sunt, ex I, 13 summa duorum angulorum  $DEA$ ,  $DEB$  duobus rectis aequalis est. Ea autem angulo  $ADB$  duplo maior est. Ergo angulus  $ADB$  rectus est.

Rursus, quoniam in triangulo  $ADB$  angulus rectus est  $ADB$ , ex I, 17 angulus  $DAB$  acutus est. Et hic angulus positus est in segmento  $DAGB$ , quod semicirculo maius est.

Rursus angulus  $ABD$  acutus est, quia in triangulo rectangulo positus est. Et quoniam spatium  $ABDZ$  quadrilaterum est in circulo  $AB$  positum, ex III, 21 duo anguli eius oppositi duobus rectis aequales erunt; itaque duo anguli oppositi  $AZD$ ,  $ABD$  simul sumpti duobus rectis aequales erunt. Eorum autem angulum  $ABD$  acutum esse, iam demonstraui; relinquatur igitur angulus  $AZD$  angulo recto maior ergo obtusus. Et hic angulus positus est in segmento  $AZD$ , quod semicirculo minus est. Ergo iam demonstratum est, in semicirculo angulum rectilineum in ambitu cadentem rectum, in segmento semicirculo maiore, angulum rectilineum in eo cadentem acutum, in segmento semicirculo minore angulum rectilineum in ambitu cadentem obtusum esse. Q. n. e. d.

Rursus dico, angulum arcu  $BD$  et chorda  $DA$  comprehensum obtusum esse, qui angulus est segmenti  $[AGD$ , angulum autem arcu  $ZD$  et chorda  $DA$  comprehensum acutum, qui angulus est segmenti]  $AZD$ .

Demonstratio. Lineam  $BD$  in directum ad punctum  $H$  producimus. Quoniam angulus  $ADB$  rectus est, chorda  $BD$

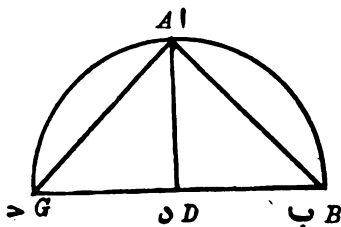


ا تكون زاوية  $\overline{هـا د}$  مساوية لزاوية  $\overline{هـا د}$  فمن اجل ان زاوية  $\overline{د هـ ب}$  خارجة  
 من المثلث  $\overline{فب هـ ر هـ ا}$  تكون زاوية  $\overline{د هـ ب}$  مساوية لزاويتي  
 $\overline{هـا د}$  و  $\overline{هـا د}$  فزاوية  $\overline{د هـ ب}$  اذن ضعف زاوية  $\overline{هـا د}$  وبمثل هذا البرهان  
 والاستشهاد يتبين ان زاوية  $\overline{ا هـ د}$  ضعف زاوية  $\overline{هـا د}$  فمجموع زاويتي  
 $\overline{هـا د}$  و  $\overline{د هـ ب}$  ضعف جميع زاوية  $\overline{ا د ب}$  ومن اجل انه اذا قام خطٌ على  
 خطٍ فان الزاويتين اللتين عن جنبيه اما قائمتان واما مساويتان  
 لقائمتين فبرهان  $\overline{ب ج}$  من ا فان مجموع زاويتي  $\overline{د هـ ا}$  و  $\overline{هـا د}$  مساو  
 لزاويتين قائمتين وهو ضعف زاوية  $\overline{ا د ب}$  فزاوية  $\overline{ا د ب}$  اذن قائمةٌ .  
 وايضا فمن اجل ان مثلث  $\overline{ا د ب}$  فيه زاوية قائمةٌ وهى زاوية  $\overline{ا د ب}$   
 فبرهان  $\overline{ب ج}$  من ا تكون زاوية  $\overline{د ا ب}$  حادةٌ وهى فى قطعة  $\overline{د ا ب}$  التى  
 هى اعظم من نصف دائرة . وايضا فان زاوية  $\overline{ا ب د}$  حادةٌ لانها فى  
 مثلث  $\overline{ا ب د}$  القائم الزاوية ومن اجل ان سطح  $\overline{ا ب د}$  ذو اربعة اضلاع  
 فى دائرة  $\overline{ا ب}$  فبرهان  $\overline{ك ا}$  من  $\overline{ب ج}$  فان كل زاويتين منه تتقابلان  
 مساويتان لزاويتين قائمتين وزاويتنا  $\overline{ا ز د}$  متقابلتان فهما اذاً  
 جميعاً مساويتان لزاويتين قائمتين وزاوية  $\overline{ا ب د}$  منها قد بينا انها  
 حادةٌ فيبقى اذن زاوية  $\overline{ا ز د}$  اعظم من زاوية قائمةٌ فهى اذن منفرجةٌ  
 وهى فى قطعة  $\overline{ا ز د}$  التى هى اصغر من نصف دائرة فقد تبين ان  
 كل نصف دائرة فان الزاوية المستقيمة الخطيين الواقعة على محيطها  
 تكون قائمةٌ وكل قطعةٌ هى اعظم من نصف دائرة فان الزاوية  
 المستقيمة الخطيين الواقعة فيها تكون حادةٌ وكل قطعةٌ هى اصغر  
 من نصف دائرة فان الزاوية المستقيمة الخطيين الواقعة <sup>(1)</sup> على

<sup>1)</sup> In textu فيها erasum.

Supponimus, arcum esse  $BAG$ . Chordam eius, scilicet lineam  $BG$ , ducimus eamque in puncto  $D$  in duas partes aequales diuidimus. Lineam in puncto  $D$  perpendicularem erectam ad arcum  $BAG$  producimus, sitque linea  $AD$ . Duas lineas  $AB$ ,  $AG$  ducimus. Quoniam lineam  $BD$  lineae  $DG$  aequalem abscidimus, linea  $DA$  communi sumpta duae lineae  $BD$ ,  $DA$  duabus lineis  $GD$ ,  $DA$  aequales erunt. Et  $\angle BDA = GDA$ ; itaque basis  $AG$  basi  $AB$  aequalis erit. Quoniam autem chordae inter se aequales circulorum inter se aequalium arcus inter se aequales abscidunt, ex III, 27 arcus  $AB$  arcui  $AG$  aequalis erit.

Ergo arcum  $BAG$  in puncto  $A$  in duas partes aequales diuidimus. Q. n. e. d.



### Propositio XXX libri tertii.

Angulorum rectilineorum in circulo positorum qui in semicirculo sunt, recti sunt, qui in segmento semicirculo maiore, acuti, qui in segmento semicirculo minore, obtusi; angulus uero lineis chordae arcusque comprehensus obtusus est, ubi segmentum semicirculo maius est, ubi autem segmentum semicirculo minus est, acutus est angulus.

Exemplificatio. In ambitu circuli  $AB$  anguli  $ADB$ ,  $DAB$ ,  $AZD$  cadunt, quorum angulus  $ADB$  in segmento  $ADB$  positus est, quod semicirculus est, angulus  $DAB$  in segmento  $DAGB$ , quod semicirculo maius est, angulus  $AZD$  in segmento  $AZD$ , quod semicirculo minus est. Dico, angulum  $AZD$  obtusum, angulum  $DAB$  acutum, angulum  $ADB$  rectum esse.

Demonstratio. Diametro  $AB$  ducto et puncto  $\Theta$  [scr.  $E$ ] centro sumpto [lineam]  $ED$  ducimus. Quoniam punctum  $E$  centrum circuli est, et lineae ab eo ad ambitum ductae sunt  $EA$ ,  $EB$ ,  $ED$ , inter se aequales erunt, et triangulus  $EAD$  aequicru-

وليكن خط  $\overline{اد}$  ونخرج خطي  $\overline{اب}$   $\overline{اج}$  فمن اجل ان خط  $\overline{بد}$  فصلناه  
 مثل خط  $\overline{دج}$  وناخذ خط  $\overline{دا}$  مشتركاً فخطا  $\overline{بد}$   $\overline{دا}$  مثل خطي  
 $\overline{جد}$   $\overline{دا}$  وزاوية  $\overline{بدا}$  مساوية لزاوية  $\overline{جدا}$  فقاعدة  $\overline{اج}$  مساوية لقاعدة  
 $\overline{اب}$  ومن اجل ان الاوتار المتساوية من الدوائر المتساوية تفصل  
 قسماً متساوية فبحسب برهان كز من ج تكون قوس  $\overline{اب}$  مساوية  
 لقوس  $\overline{اج}$  فقد قسمنا قوس  $\overline{با}$  بنصفين على نقطة  $\overline{ا}$  وذلك ما  
 اردنا ان نبين .:

### الشكل الثلثون من المقالة الثالثة

الزوايا المستقيمة الخطيين التي تقع في دائرة ما كان منها في  
 نصف دائرة فهو قائم وما كان منها في قطعة اعظم من نصف  
 دائرة فهو حاد وما كان منها في قطعة اصغر من نصف دائرة  
 فهو منفرج واما الزاوية التي يحيط بها خط الوتر وخط القوس فان  
 القطعة ان كانت اعظم من نصف دائرة فالزاوية منفرجة وان  
 كانت اصغر من نصف دائرة فالزاوية حادة مثاله ان دائرة  $\overline{اب}$   
 وقع على خط محيطها زوايا  $\overline{ادب}$   $\overline{داب}$   $\overline{ازد}$  وزاوية  $\overline{ادب}$  في قطعة  $\overline{ادب}$   
 وهي نصف دائرة وزاوية  $\overline{داب}$  في قطعة  $\overline{داجب}$  وهي اعظم من نصف  
 دائرة وزاوية  $\overline{ازد}$  في قطعة  $\overline{ازد}$  وهي اصغر من نصف دائرة فاقول ان  
 زاوية  $\overline{ازد}$  منفرجة وزاوية  $\overline{داب}$  حادة وزاوية  $\overline{ادب}$  قائمة برهانه انا  
 46 r. نُخرج قطر  $\overline{اب}$  ونستخرج المركز وهو نقطة  $\overline{ط}$  ونصل  $\overline{هد}$  فمن اجل  
 ان نقطة  $\overline{ه}$  مركز للدائرة وقد خرج منها الى المحيط خطوط  $\overline{ه ا}$   $\overline{ه ب}$   
 $\overline{ه د}$  فهي اذن متساوية فمثلث  $\overline{ه ا د}$  متساوي الساقين فبرهان  $\overline{ه}$  من

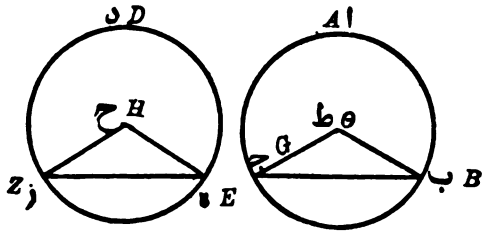
se aequalibus subtractis segmenta, quae relinquuntur, inter se aequalia erunt. Quare etiam arcus  $BAG$  arcui  $EDZ$  aequalis erit. Ergo demonstratum est, chordas inter se aequales in circulis inter se aequalibus arcus inter se aequales abscindere. Q. n. e. d.

**Propositio XXVIII libri tertii.**

Arcus inter se aequales circulorum inter se aequalium chordae inter se aequales abscindunt.

Exemplificatio. A duobus circulis  $ABG$ ,  $EDZ$  inter se aequalibus duos arcus  $BG$ ,  $EZ$  inter se aequales abscindimus. Dico, chordas eorum inter se aequales esse.

Demonstratio. Duo centra duorum circulorum sumimus, quae duo puncto  $\Theta$ ,  $H$  sint, lineasque  $\Theta B$ ,  $\Theta G$ ,  $HE$ ,  $HZ$  et duas chordas  $BG$ ,  $EZ$  ducimus. Quoniam duo circuli  $ABG$ ,  $DEZ$  inter se aequales sunt, et ab iis duo arcus  $GB$ ,  $EZ$  inter se aequales abscisi sunt, ex III, 26 angulus  $B\Theta G$  angulo  $EHZ$  aequalis erit. Rursus quoniam duo circuli  $ABG$ ,  $DEZ$  inter se aequales sunt, lineae a duobus centris ad ambitum ductae inter se aequales erunt; duae igitur lineae  $\Theta B$ ,  $\Theta G$  duabus lineis  $HE$   $EZ$  aequales sunt, et angulus  $\Theta$  angulo  $H$  aequalis erit; itaque ex I, 20<sup>1)</sup> basi  $BG$  basi  $EZ$  aequalis erit. Ergo iam demonstratum est, arcus inter se aequales circulorum



inter se aequalium chordas inter se aequales abscindere. Q. n. e. d.

**Propositio XXIX libri tertii.**

Demonstrare uolumus, quo modo datum arcum in duas partes aequales diuidamus.

<sup>1)</sup> Sic a librario correctum pro: ۳۹ میں ج (III, 26). Scr. I, 4.

لقوس  $\overline{دز}$  فقد تبين ان الاوتار المتساوية في الدوائر المتساوية  
تفصل قسماً متساوية وذلك ما اردنا ان نبين

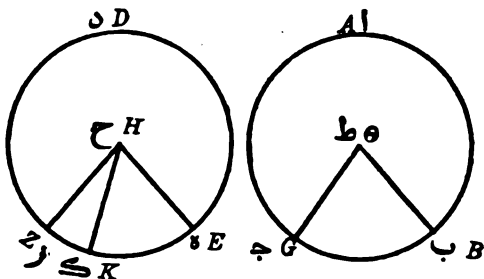
### الشكل الثامن والعشرون من المقالة الثالثة

القسي المتساوية من الدوائر المتساوية تفصلها اوتار متساوية  
مثاله ان دائرتي  $\overline{اب}$   $\overline{دز}$  متساويتان ونفصل منهما قوسى  $\overline{بج}$   $\overline{دز}$   
متساويتين فاقول ان وتريهما متساويان برهانه انا نستخرج مركزى  
الدائرتين وليكونا نقطتى  $\overline{طح}$  ونخرج خطوط  $\overline{طب}$   $\overline{طد}$   $\overline{طح}$   $\overline{حز}$   
ووترى  $\overline{بج}$   $\overline{دز}$  فمن اجل ان دائرتي  $\overline{اب}$   $\overline{دز}$  متساويتان وقد فصل  
منهما قوسا  $\overline{بج}$   $\overline{دز}$  المتساويتان فبحسب برهان كورن تكون  
زاوية  $\overline{بج}$   $\overline{دز}$  مساوية لزاوية  $\overline{حز}$  وايضا فمن اجل ان دائرتي  $\overline{اب}$   
 $\overline{دز}$  متساويتان وقد خرج من المركزين الى المحيط خطوط فهي  
اذن متساوية فخطا  $\overline{طب}$   $\overline{طد}$  مساويان لخطى  $\overline{حز}$   $\overline{طد}$  وزاوية  $\overline{طد}$   
مساوية لزاوية  $\overline{حز}$  فبحسب برهان كورن<sup>1</sup> تكون قاعدة  $\overline{بج}$   
مساوية لقاعدة  $\overline{دز}$  فقد تبين ان القسي المتساوية من الدوائر  
المتساوية تفصلها اوتار متساوية وذلك ما اردنا ان نبين .

### الشكل التاسع والعشرون من المقالة الثالثة

نريد ان نبين كيف نقسم قوساً مفروضةً بنصفين فننزل انها  
قوس  $\overline{با}$  فنخرج وترها وهو خط  $\overline{بج}$  ونقسمه بنصفين على نقطة  
 $\overline{د}$  ونقيم على نقطة  $\overline{د}$  خطاً على زاوية قائمة وننفذه الى قوس  $\overline{با}$

gulum  $EHK$  angulo  $B\theta G$  aequalem construimus. Iam quoniam duo circuli  $ABG$ ,  $DEZ$  inter se aequales sunt et ad contra eorum positi sunt duo anguli  $B\theta G$ ,  $EHK$  inter se aequales, ex III, 25 arcus  $BG$  arcui  $EK$  aequalis erit. Sed supposuimus, arcum  $BG$  arcui  $EZ$  aequallem esse. Itaque arcus  $EZ$  arcui  $EK$  aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est neque fieri potest. Itaque angulus  $B\theta G$  neque minor est angulo  $EHZ$  neque maior; ergo ei aequalis erit. Q. n. e. d.

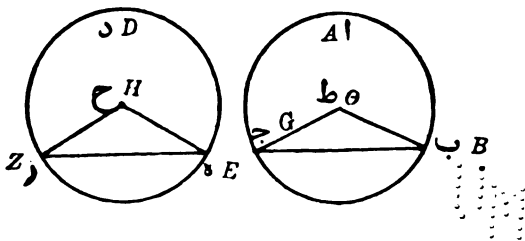


**Propositio XXVII libri tertii.**

In circulis inter se aequalibus chordae inter se aequales arcus inter se aequales abscindunt, et chorda maior arcum maiorem abscindit.

Exemplificatio. In duobus circulis  $ABG$ ,  $DEZ$  inter se aequalibus duae chordae  $BG$ ,  $EZ$  inter se aequales sunt. Dico, duos arcus  $BG$ ,  $EZ$  inter se aequales esse.

Demonstratio. Duo centra sumimus, quae sint duo puncta  $\theta$ ,  $H$ , et ab iis lineas  $\theta B$ ,  $\theta G$ ,  $HE$ ,  $HZ$  ducimus. Quoniam duo circuli  $BAG$ ,  $EDZ$  inter se aequales sunt, duae lineae  $B\theta$ ,  $\theta G$  duabus lineis  $EH$ ,  $HZ$  aequales sunt. Linea autem  $BG$  lineae  $EZ$  aequalis data est; itaque ex I, 8 angulus  $B\theta G$  angulo  $EHZ$  aequalis erit. Et quoniam duo circuli  $ABG$ ,  $DEZ$  inter se aequales sunt, et ad eorum centra positi sunt duo anguli



inter se aequales  $B\theta G$ ,  $EHZ$ , ex III, 25 arcus  $BG$  arcui  $EZ$  aequalis erit. Et segmentis inter se aequalibus a circulis inter

خط  $هـ$  زاوية  $هـ$   $ك$  مساوية لزاوية  $ب$   $ط$   $ج$  كما بُيِّنَ عملها ببرهان  
 كج من ا فين اجل ان دائرتي  $ا ب ج$   $د هـ ز$  متساويتان وعلى مركزيهما  
 زاويتا  $ب ط ج$   $هـ$   $ك$  المتساويتان فبحسب برهان  $ك$   $هـ$  من  $ج$  تكون  
 قوس  $ب ج$  مساوية لقوس  $هـ$   $ك$  لكننا فرضنا قوس  $ب ج$  مساوية لقوس  
 $هـ ز$  فقوس  $هـ ز$  اذن مساوية لقوس  $هـ$   $ك$  العظمى مثل الصغرى  
 هذا خلف غير ممكن فليست اذا زاوية  $ب ط ج$  باصغر من  
 زاوية  $هـ ز$  ولا هي ايضا اعظم منها فهي اذن مثلها وذلك ما اردنا  
 ان نبين .:

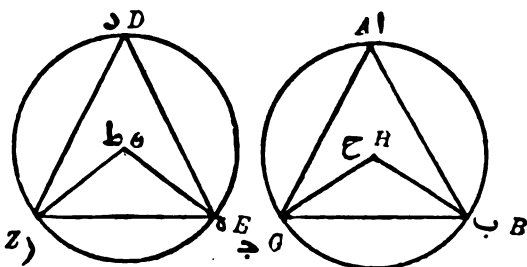
### الشكل السابع والعشرون من المقالة الثالثة

الاورار المتساوية في الدوائر المتساوية تفصل قيسا متساوية  
 والوتر الاعظم يفصل قوسا اعظم مثاله ان دائرتي  $ا ب ج$   $د هـ ز$  متساويتان  
 وفيهما وترا  $ب ج$   $هـ ز$  متساويان فاقول ان قوسي  $ب ج$   $هـ ز$  متساويتان  
 برهانه انا نستخرج المركزين وليكونا نقطتي  $ط$   $ح$  ونخرج منهما  
 خطوط  $ط ب$   $ط ج$   $هـ ز$   $ح$   $ز$  فمن اجل ان دائرتي  $ا ب ج$   $د هـ ز$  متساويتان  
 فان خطي  $ب ط$   $ج ط$  مساويان لخطي  $هـ ح$   $ز ح$  وخط  $ب ج$  فرض مساويا  
 لخط  $هـ ز$  فبحسب برهان  $ح$  من  $ا$  تكون زاوية  $ب ط ج$  مساوية لزاوية  
 $هـ ز$  فين اجل ان دائرتي  $ا ب ج$   $د هـ ز$  متساويتان وعلى مركزيهما  
 زاويتا  $ب ط ج$   $هـ ز$  المتساويتان فانه بحسب برهان  $ك$  من  $ا$  تكون  
 قوس  $ب ج$  مساوية لقوس  $هـ ز$  واذا اسقط من الدوائر المتساوية قطع  
 متساوية فان القطع الباقية تكون متساوية فقوس  $ب ج$  ايضا مساوية

$\angle BHG = E\Theta Z$ , ex I, 4 basis  $BG$  basi  $EZ$  aequalis est. Et quoniam duo anguli  $BHG$ ,  $E\Theta Z$  ad duo centra positi sunt et duo anguli  $BAG$ ,  $EDZ$  ad duos ambitus, ex III, 19 angulus  $BHG$  angulo  $BAG$

et angulus  $E\Theta Z$  angulo  $EDZ$  duplo maior est; quare  $\angle BAG = EDZ$ .

Uerum segmentum  $BAG$  segmento  $EDZ$  simile est,



quoniam utrumque duorum circulorum inter se aequalium sunt. Et quoniam duae lineae  $BG$ ,  $EZ$  inter se aequales sunt, et in iis posita sunt duo segmenta  $BAG$ ,  $EDZ$  inter se similia, ex III, 23 segmentum  $BAG$  segmento  $EDZ$  aequale erit. Supposuimus autem, circulum  $BAG$  circulo  $EDZ$  aequalem esse. Subtractis igitur magnitudinibus inter se aequalibus a magnitudinibus inter se aequalibus, quae relinquuntur aequalia sunt. Itaque arcus  $BG$  arcui  $EZ$  aequalis est.

Ergo manifestum est, angulos inter se aequales in circulis inter se aequalibus, siue ad centra siue ad ambitus positi sint, in arcibus inter se aequalibus positos esse. Q. n. e. d.

### Propositio XXVI libri tertii.

Si in circulis inter se aequalibus anguli in arcibus inter se aequalibus positi sunt, anguli inter se aequales erunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt.

Exemplificatio. Duo circuli  $ABG$ ,  $DEZ$  inter se aequales sunt, et duo arcus  $BG$ ,  $EZ$  inter se aequales, et centra sunt duo puncta  $\Theta H$ , et ad ea sunt duo anguli  $B\Theta G$ ,  $EHZ$ , quibus duo arcus inter se aequales  $BG$ ,  $EZ$  oppositi sunt. Dico, angulum  $B\Theta G$  angulo  $EHZ$  aequalem esse.

Nihil aliud fieri potest. Nam si fieri potest, angulus  $B\Theta G$  angulo  $EHZ$  minor sit. Ad punctum  $H$  lineae  $EH$  ex I, 23 an-

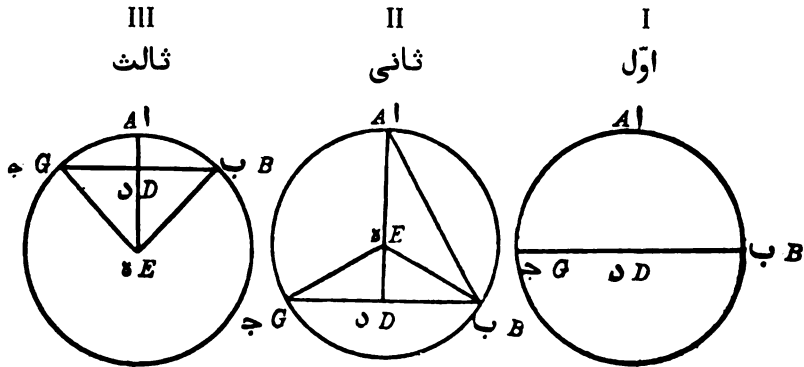


خطى  $\overline{هـط}$   $\overline{هـز}$  وزاوية  $\overline{بـح}$   $\overline{جـ}$  مساوية لزاوية  $\overline{هـطز}$  فحسب برهان ٤  
 من ا تكون قاعدة  $\overline{بـج}$  مثل قاعدة  $\overline{هـز}$  ومن اجل ان زاويتي  
 $\overline{بـح}$   $\overline{جـ}$   $\overline{هـطز}$  على المركزين وزاويتي  $\overline{بـا}$   $\overline{جـ}$   $\overline{هـز}$  على المحيطين فحسب  
 برهان يط من ج تكون زاوية  $\overline{بـح}$   $\overline{جـ}$  ضعف زاوية  $\overline{بـا}$   $\overline{جـ}$  وزاوية  $\overline{هـطز}$   
 ضعف زاوية  $\overline{هـز}$  فزاوية  $\overline{بـا}$   $\overline{جـ}$  اذن مساوية لزاوية  $\overline{هـز}$  فقطعة  $\overline{بـا}$   
 تُشبهُ قطعة  $\overline{هـز}$  وهما من دائرتين متساويتين فبين اجل ان  
 خطى  $\overline{بـج}$   $\overline{هـز}$  متساويان وعليهما قطعنا  $\overline{بـا}$   $\overline{هـز}$  المتشابهتان  
 فحسب برهان كج من ج تكون قطعة  $\overline{بـا}$   $\overline{جـ}$  مساوية لقطعة  $\overline{هـز}$   
 وفرضنا دائرة  $\overline{بـا}$   $\overline{جـ}$  مساوية لدائرة  $\overline{هـز}$  واذا اسقطنا من المتساوية  
 متساوية فان الباقي يكون متساويًا فحسب  $\overline{بـج}$   $\overline{هـز}$  مساوية  
 لقوس  $\overline{هـز}$  فقد ظهر ان الزوايا المتساوية اذا كانت في الدوائر  
 المتساوية على المراكز كانت او على المحيطات فانها على قسي  
 متساوية وذلك ما اردنا ان نبين :

### الشكل السادس والعشرون من المقالة الثالثة

اذا كانت في دوائر متساوية زوايا على قسي متساوية فالزوايا  
 متساوية على المراكز كانت او على المحيطات مثاله ان دائرتي  $\overline{ا ب ج}$   
 $\overline{د ه ز}$  متساويتان وقوسى  $\overline{ب ج}$   $\overline{ه ز}$  متساويتان والمركزان نقطتنا  $\overline{ط ح}$   
 وعليهما زاويتنا  $\overline{ب ط ج}$   $\overline{ه ز}$  توترهما قوسا  $\overline{ب ج}$   $\overline{ه ز}$  المتساويتان فاقول  
 ان زاوية  $\overline{ب ط ج}$   $\overline{ه ز}$  مساوية لزاوية  $\overline{ه ح ز}$  لا يمكن الا ذلك فان امكن  
 فلتكن زاوية  $\overline{ب ط ج}$  اصغر من زاوية  $\overline{ه ح ز}$  ونعمل على نقطة  $\overline{ح}$  من

Quoniam igitur angulus  $A$  angulo  $B$  aequalis est, linea  $EA$  lineae  $EB$  aequalis erit. Et eadem demonstratione qua antea demonstrabimus, lineam  $EG$  lineae  $EB$  aequalem esse. Itaque tres lineae  $EG$ ,  $EB$ ,  $EA$  inter se aequales sunt. Ergo ex puncto  $E$  radio  $EA$  circulum supplemus. Q. n. e. d.



Hanc propositionem postposuit Hero eamque propositionem XXXI fecit,<sup>1)</sup> quia ei propositum erat eam una figura demonstrare.<sup>1)</sup>

### Propositio XXV libri tertii.

Anguli inter se aequales in circulis inter se aequalibus in arcubus inter se aequalibus positi sunt, siue ad ambitus siue ad centra positi sunt.

Exemplificatio. Duo circuli  $ABG$ ,  $DEZ$  inter se aequales sunt, et centra eorum sunt duo puncta  $H$ ,  $\Theta$ , et in iis positi sunt duo anguli  $BHG$ ,  $E\Theta Z$ . Dico, arcum  $BG$  arcui  $EZ$  aequalem esse.

Demonstratio. In arcubus  $BAG$ ,  $EDZ$  duo quaelibet puncta sumimus, eaque supponimus duo puncta  $A$ ,  $D$  esse. Lineas  $AB$ ,  $AG$ ,  $DE$ ,  $DZ$ ,  $BG$ ,  $EZ$  ducimus. Quoniam igitur duae lineae  $BH$ ,  $HG$  duabus lineis  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  aequales sunt, et

<sup>1-1)</sup> Haec uerba apud Gherardum Cremonensem (p. 134, 18) desunt.

ج فان خط دا اصغر من خط دب فنخرج خط اب فحسب برهان  
يح من ا فان زاوية باد اعظم من زاوية ابد فنعمل على نقطة ب  
من خط اب زاوية مساوية لزاوية باد ولتكن زاوية ابة ونخرج  
خط اد يلقي خط بـه على نقطة ه ونخرج خط هـ ج فلان زاوية ا  
مساوية لزاوية ب فان خط هـ ا مساو لخط هـ ب وبمثل ما بينا نبين  
ان خط هـ ج مساو لخط هـ ب فالخطوط الثلاثة متساوية هـ ج (هـ) هـ ب هـ ا فعلى  
نقطة هـ وببعد هـ ا نتم الدائرة وذلك ما اردنا ان نبين . هذا الشكل  
اخره ايرن وجعله الشكل الواحد والثلاثين لانه قصد للبرهان  
عليه في صورة واحدة .<sup>1)</sup>

45 r.

الشكل الخامس والعشرون من المقالة الثالثة

الزوايا المتساوية التي في الدوائر المتساوية فانها على قسي  
متساوية على المحيطات كانت او على المراكز مثاله ان دائرتي اب ج  
ده متساويتان ومركزاهما نقطتا ح ط وعليهما زاويتا ب ح ج ط ز  
فاقول ان قوس ب ج مساوية لقوس هـ ز برهانه انا نفرض على قوسي  
ب ا ج هـ د ز نقطتين كيف ما وقعنا فننزل انهما نقطتا ا د ونخرج  
خطوط اب ا ج ده د ز ب ج هـ ز فمن اجل ان خطي ب ح ج ط مثل

<sup>1)</sup> In margine atramento rubro: لان ب د مثل د ج و د هـ مشترك  
فضلعا ب د هـ مثل ضلعي ج د هـ وزاوية ب د هـ مثل زاوية ج د هـ  
فقاعدة هـ ب مثل قاعدة ج هـ ع

Quoniam  $BD = DG$  et  $DE$  communis, duo latera  $BD, DE$  duobus lateribus  $GD, DE$  aequalia erunt, et  $\angle BDE = GDE$ . Itaque basis  $EB$  basi  $GE$  aequalis erit.

diuisa a puncto  $D$  ex I, 11 lineam  $DA$  ad lineam  $BG$  perpendiculararem ducimus. Quoniam igitur segmentum  $BAG$  semicirculo maius est, centrum circuli in eo cadet. Et quoniam linea  $BG$  in circulo  $BAG$  posita in puncto  $D$  in duas partes aequales diuisa est, et  $DA$  perpendicularis ducta est, ex III, 3 manifestum est, centrum circuli in linea  $DA$  esse. Quoniam igitur linea  $DA$  in centrum cadit, ex III, 7 maxima est omnium linearum, quae a puncto  $D$  ad ambitum segmenti  $BAG$  ducuntur. Itaque linea  $DA$  linea  $DB$  maior erit. Quare ducta linea  $BA$  ex I, 18 angulus  $ABD$  angulo  $BAD$  maior erit. Ad punctum  $B$  lineae  $AB$  ex I, 23 angulum  $ABE$  angulo  $BAD$  aequalem construimus et duas lineas  $BE$ ,  $GE$  ducimus. Quoniam igitur  $\angle BAE = ABE$ , ex I, 6 latus  $AE$  lateri  $BE$  aequale erit. Et quoniam  $\angle BDE = GDE$  et  $BD = DG$ , [linea]  $DE$  communi sumpta duae lineae  $BD$ ,  $DE$  duabus lineis  $GD$ ,  $DE$  aequales erunt. Et duo anguli ad  $D$  positi inter se aequales sunt; itaque ex I, 4 linea  $BE$  lineae  $GE$  aequalis erit. Sed iam demonstrauius, [lineam]  $AE$  lineae  $EB$  aequalem ductam esse; itaque in segmento circuli  $BAG$  positum est punctum  $E$ , a quo plures quam duae lineae ita ductae sunt, ut inter se aequales fiant. Itaque ex III, 9 punctum  $E$  centrum est circuli  $BAG$ , et a puncto  $E$  radio  $EA$  circulum supplemus.

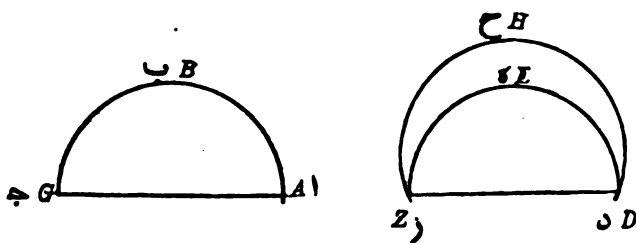
Deinde segmentum circuli supponimus, sicut est in figura tertia, scilicet segmentum  $BAG$  semicirculo minus esse. Linea  $BG$  in puncto  $D$  in duas partes aequales diuisa in puncto  $D$  perpendicularis  $DA$  erigitur, quam ad arcum  $BAG$  producimus. Quoniam linea  $BG$  chorda est arcus  $BAG$  et in puncto  $D$  in duas partes aequales diuisa est, et  $DA$  perpendicularis ducta est, ex III, 3 manifestum est, lineam  $AD$  esse supplementum diametri, et ex III, 7 linea  $DA$  linea  $DB$  minor est. Lineam  $AB$  ducimus. Ex I, 18 igitur angulus  $BAD$  angulo  $ABD$  maior est. Iam ad punctum  $B$  lineae  $AB$  angulum angulo  $BAD$  aequalem construimus, sitque angulus  $ABE$ . Lineam  $AD$  producimus, ita ut cum linea  $BE$  in puncto  $E$  conurrat, et lineam  $EG$  ducimus.

دَا فظاهر بحسب برهان ٣ من ٣ ان مركز الدائرة على خط دَا<sup>١</sup>)  
فلان خط دَا يمر بالمركز فهو اطول الخطوط كُلِّهَا التي تخرج من  
نقطة دَا الى محيط قطعة بَا ج وذلك بين ببرهان ز من ج فخط دَا  
اعظم من خط دَب وتُخرج خط بَا فبحسب برهان يج من ا فان  
زاوية اَب د اعظم من زاوية بَا د فنعمل على<sup>٢</sup>) نقطة بَا من خط اَب  
زاويةً مثل زاوية بَا د كما بين عمله ببرهان كج من ا ولتكن زاوية  
اَب ه وتُخرج خطي ب ه ج ه فمِن اجل ان زاوية بَا ه مساوية لزاوية  
اَب ه فان بحسب برهان و من ا يكون ضلع ا ه مساويا لضلع ب ه  
ومن اجل ان زاوية ب د ه مساوية لزاوية ج د ه و خط ب د مثل خط  
د ج فاذا اخذنا د ه مشتركا يكون خطا ب د ه مساويين لخطي  
ج د ه والزاويتان اللتان عند د متساويتان فبحسب برهان د من  
ا يكون خط ب ه مساويا لخط ج ه وقد بينا ان لخط ا ه مثل خط ا ب  
فنقطة ه في قطعة دائرة بَا ج وقد خرج منها اكثر من خطين  
وصارت متساويةً فبحسب برهان ط من ج تكون نقطة ه مركزاً  
لدائرة بَا ج فعلى نقطة ه وبُعْدِ ه ا نُتم الدائرة . ثم نُنزل ان  
القطعة على ما في الصورة الثالثة اصغرُ من نصف دائرة وهي قطعة  
بَا ج ونقسم خط بَا ج بنصفين على نقطة د ونقيم على نقطة د  
عمود دَا وننقِذُه الى قوس بَا ج فمِن اجل ان خط بَا ج وتر لقوس  
بَا ج وقد قُسم بنصفين على نقطة د واُخرج عمود دَا فظاهرُ  
ببرهان ج من ج ان خط ا د تمام القطر وبحسب برهان ز من

<sup>١</sup>) In margine clarius scriptum.

<sup>٢</sup>) In margine additum.

lorum inter se similia posita sint, quorum alterum altero maius sit. Uerum segmentum  $DHZ$  segmento  $DEZ$  maius est, quod ei



simile est. Quod absurdum est neque fieri potest. Itaque segmentum  $ABG$  segmento  $DEZ$  aequale est. Eodem modo demonstratio fit, si arcus  $DHZ$  intra arcum  $DEZ$  cadit.

Ergo segmenta inter se similia, si in rectis lineis inter se aequalibus posita sunt, inter se aequalia sunt. Q. n. e. d.

### Propositio XXIV libri tertii.

Segmento circuli dato demonstrare uolumus, quo modo circum suppleamus, cuius segmentum sit, siue semicirculus est siue maius siue minus.

Primum supponimus, segmentum datum  $ABG$  semicirculum esse, et demonstrare uolumus, quo modo circum eius suppleamus.

Segmentum ita sit ut in figura prima.

Quoniam segmentum  $BAG$  semicirculus est, linea  $GDB$  diametrus est circuli, cuius dimidia pars est segmentum  $BAG$ . Manifestum est, centrum circuli esse in media linea  $BG$ , quia lineae a centro ad ambitum ductae inter se aequales sunt.

Itaque linea  $GB$  ex I, 10 in puncto  $D$  in duas partes aequales diuisa centro  $D$  et radio  $DG$  uel  $DB$  circum  $ABG$  supplemus.

Deinde supponimus, segmentum  $BAG$ , ut est in figura secunda, semicirculo maius esse, et demonstrare uolumus, quo modo circum eius suppleamus.

Linea  $BG$  ex I, 10 in puncto  $D$  in duas partes aequales

خلف غير ممكن فقطعة  $\overline{اب}$  اذن مساوية لقطعة  $\overline{ده}$  و كذلك يتبين لو وقعت قوس  $\overline{دح}$  داخل قوس  $\overline{ده}$  فالقطوع المتشابهة اذا كانت على خطوط مستقيمة متساوية فان القطوع متساوية وذلك ما اردنا ان نبين .:

44 u.

### الشكل الرابع والعشرون من المقالة الثالثة

اذا كانت قِطْعَةٌ مِنْ دَائِرَةٍ مَعْلُومَةً فَاَرَدْنَا اَنْ نُبَيِّنَ كَيْفَ نُنْتَمِ الدَائِرَةُ الَّتِي القِطْعَةُ مِنْهَا نِصْفُ دَائِرَةٍ كَانَتْ اَوْ اعْظَمَ اَوْ اصْغَرَ فَاِنَا نَنْزِلُ اَوَّلًا اَنَّ القِطْعَةَ المَفْرُوضَةَ الَّتِي عَلَيْهَا  $\overline{اب}$  نِصْفُ دَائِرَةٍ وَنُبَيِّنُ كَيْفَ نُنْتَمِ دَائِرَتُهَا فَلْتَكُنِ القِطْعَةُ عَلَى مَا فِي الصُّورَةِ الِأُولَى فَيَنْ اَجَلْ اَنَّ قِطْعَةَ  $\overline{باج}$  نِصْفُ دَائِرَةٍ فَاِنَّ خَطَّ  $\overline{جذب}$  قَطْرُ الدَائِرَةِ الَّتِي قِطْعَةُ  $\overline{باج}$  نِصْفُهَا فَيَنْ الظَّاهِرُ اَنْ مَرْكَزَ الدَائِرَةِ عَلَى مُنْصَفِ خَطِّ  $\overline{باج}$  اِذَا كَانَتْ الحُطُوطُ الَّتِي تُخْرَجُ مِنَ المَرْكَزِ اِلَى الحَيْضِ مَتَسَاوِيَةً فَنَقْسِمُ خَطَّ  $\overline{جب}$  بِنِصْفَيْنِ عَلَى نَقْطَةٍ  $\overline{د}$  كَمَا يُبَيِّنُ بِيْرَهَانَ  $\overline{ي}$  مِنْ اِ فَعَلَى مَرْكَزِ  $\overline{د}$  وَبَعْدَ  $\overline{دج}$  وَ $\overline{دب}$  نُنْتَمِ دَائِرَةُ  $\overline{اب}$  .: ثُمَّ نَنْزِلُ اَنَّ القِطْعَةَ الَّتِي عَلَيْهَا  $\overline{باج}$  مِنْ الصُّورَةِ الثَّانِيَةِ اعْظَمُ مِنْ نِصْفِ دَائِرَةٍ وَنُبَيِّنُ كَيْفَ نُنْتَمِ دَائِرَتُهَا فَنَقْسِمُ خَطَّ  $\overline{بج}$  بِنِصْفَيْنِ كَمَا يُبَيِّنُ بِيْرَهَانَ  $\overline{ي}$  مِنْ اِ عَلَى نَقْطَةٍ  $\overline{د}$  وَنُخْرَجُ مِنَ نَقْطَةِ  $\overline{د}$  خَطَّ  $\overline{دا}$  عَمُودًا عَلَى خَطِّ  $\overline{بج}$  كَمَا يُبَيِّنُ بِيْرَهَانَ  $\overline{يا}$  مِنْ اِ فَيَنْ اَجَلْ اَنَّ قِطْعَةَ  $\overline{باج}$  اعْظَمُ مِنْ نِصْفِ دَائِرَةٍ فَاِنَّ مَرْكَزَ الدَائِرَةِ اِذَنْ يَقَعُ فِيهَا وَمِنْ اَجَلْ اَنَّ خَطَّ  $\overline{بج}$  فِي دَائِرَةِ  $\overline{باج}$  وَقَدْ قُسِمَ عَلَى نَقْطَةٍ  $\overline{د}$  بِنِصْفَيْنِ وَاخْرَجَ عَمُودًا

maior est. Quod absurdum est neque fieri potest. Ergo in eadem linea [recta] duo segmenta duorum circulorum inter se similia<sup>1)</sup> posita non sunt, quorum alterum altero maius est. Q. n. e. d.<sup>2)</sup>

**Propositio XXIII libri tertii.**

Segmenta circulorum inter se similia, si in rectis lineis inter se aequalibus posita sunt, inter se aequalia sunt.

Exemplificatio. Duo segmenta  $ABG$ ,  $DEZ$  inter se similia in duabus lineis [rectis]  $AG$ ,  $DZ$  inter se aequalibus posita sunt. Dico, duo segmenta inter se aequalia esse.

Demonstratio. Segmento  $ABG$  ad segmentum  $DEZ$  applicato lineam  $AG$  ad lineam  $DZ$  applicamus; neque altera alteram excedet, quoniam inter se aequales sunt. Et segmentum  $ABG$  cum segmento  $DEZ$  concidet, nec alterum alterum excedet, quoniam inter se similia sunt. Nam si excedet, arcus  $ABG$  aut extra arcum  $DEZ$  cadet aut intra eum. Prius supponamus, eum cadere extra arcum ut  $DHZ$ , ita ut segmentum  $DHZ$  segmento  $DEZ$  simile sit. Iam in III, 22 demonstratum est, fieri non posse, ut in eadem linea recta duo segmenta duorum circu-

<sup>2)</sup> In margine est: قال النريزي فان قال قائل انه يقوم في جهتين مختلفتين فان كانت قطعة ادب الاعظم في الجهة الاخرى من خط اب فانا متي اقمنا على خط اب في جهة قطعة اجب قطعة مساوية لقطعة ادب فضلت على قطعة اجب وصار وضعها هذا الوضع الذي هي عليه فيعود البرهان الى الذي برهنه الرياضي.

Al-Narizi dixit: Si quis dixerit, ex duabus partibus diuersis ea posita esse posse, segmentum  $ADB$  maius ex altera parte lineae  $AB$  positum sit. Iam si in linea  $AB$  ex parte segmenti  $ABG$  segmentum segmento  $ADB$  aequale erigimus, segmentum  $AGB$  excedet, et positio eius eadem erit, quae in figura. Quare demonstratio ad id reuertetur, quod geometra demonstrauit.\*)

\*) Ex hac nota sequitur, Arabem uerba ἐπι τὰ αὐτὰ μέτροι p. 224, 8 non habuisse (om. V m. 1.)



قطعتان متشابهتان<sup>١)</sup> من دائرتين احدهما اعظم من الاخرى  
وذلك ما اردنا ان نبين<sup>٢)</sup> .:

---

الشكل الثالث والعشرون من المقالة الثالثة

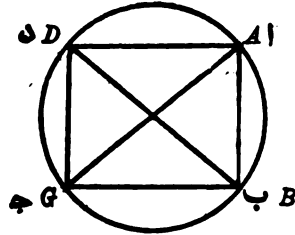
قطَع الدوائر المتشابهة اذا كانت على خطوطٍ مستقيمةٍ متساويةٍ  
فانها متساويةٌ مثله ان قطعتي  $اَب ج$  دَهز متشابهتان وهما على  
خطي  $اَب ج$  دز المتساويين فاقول ان القطعتين متساويتان برهانه  
انا اذا ركبنا قطعة  $اَب ج$  على قطعة  $دَهز$  نركب خط  $اَب ج$  على خط  
دز ولم يفضل احدهما على الاخر لانهما متساويان وتركبت قطعة  
 $اَب ج$  على قطعة  $دَهز$  ولم تفضل ايضا احدهما على الاخرى لانهما  
متشابهتان فان فضلت وقعت قوس  $اَب ج$  خارج قوس  $دَهز$  او داخلها  
فلننزل انها وقعت او لا خارجا كقوس  $دَح ز$  فقطعة  $دَح ز$  تشبه قطعة  
دَهز وقد تبين ببرهان كب من ج انه لا يمكن ان يقوم على خط  
واحد مستقيم قطعتان متشابهتان من دائرتين احدهما اعظم  
من الاخرى فقطعة  $دَح ز$  اعظم من قطعة  $دَهز$  وهي شبيهة بها هذا

---

<sup>١)</sup> In margine est: قال الشيخ حد القطعتين المتشابهتين ان تكون الزوايا المركبة عليهما متساوية وان شئت قلت هي التي نسبتها الى دوائرها نسبة واحدة وليس المتشابهة كالمساوي منها فرق كما ذكرناه .:

Uir doctissimus dixit: Definitio segmentorum similium ea est, ut anguli in iis positi inter se aequales sint; et, si placet, ea dici possunt, quorum ad circulos suos ratio eadem sit. Sed similia ea esse aliud est atque aequalia ea esse; interest enim, sicut commemorauimus.

arcu positi sunt, anguli  $ADB$ ,  $AGB$  inter se aequales sunt. Itaque summa duorum angulorum  $BAG$ ,  $AGB$  angulo  $ADG$  aequalis est. Angulo igitur  $ABG$  communi sumpto anguli  $BAG$ ,  $BGA$ ,  $ABG$  duobus angulis  $ABG$ ,  $ADG$  aequales sunt. Uerum ex I, 32 anguli  $BAG$ ,  $AGB$ ,  $ABG$  duobus rectis aequales erunt; itaque duo anguli  $ADG$ ,  $ABG$  oppositi duobus rectis aequales erunt. Eodem modo demonstramus, summam duorum angulorum  $BAD$ ,  $BGD$  duobus rectis aequalem esse. Ergo in spatio quatuor laterum in circulo posito duo anguli eius oppositi duobus rectis aequales sunt. Q. n. e. d.

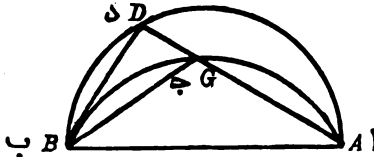


Hero dixit<sup>1)</sup>: Haec quoque propositio per propositionem praecedentem demonstratur.

### Propositio XXII libri tertii.

Fieri non potest, ut in eadem linea recta duo segmenta duorum circulorum inter se similia posita sint, quorum alterum altero maius sit.

Nam si fieri potest, ut ita posita sint, supponamus, ea esse segmenta  $AGB$ ,  $ADB$ , quorum segmentum  $ADB$  maius sit. Linea  $AG$  ducta et in directum ad punctum  $D$  producta duas lineas  $BG$ ,  $BD$  ducimus. Iam quoniam segmentum  $AGB$  segmento  $ADB$  simile est, angulus  $AGB$  angulo  $ADB$  aequalis erit, quoniam arcus inter se similes angulis inter se aequalibus oppositi sunt. Et quoniam angulus  $AGB$  extra triangulum  $GBD$  positus est, ex I, 16 erit  $\angle AGB > ADB$ . Erat autem angulus  $AGB$  angulo  $ADB$  aequalis; et rursus eo



<sup>1)</sup> Apud Gher. Crem. haec nota deest.

وعلى قوس واحدة فزاويتنا  $\overline{أب}$   $\overline{أب}$  متساويتان<sup>1)</sup> فمجموع زاويتي  $\overline{بأج}$   $\overline{أب}$  مثل زاوية  $\overline{أدج}$  وناخذ زاوية  $\overline{أبج}$  مشتركةً فزاويا  $\overline{بأج}$   $\overline{بأد}$  مساوية لزاويتي  $\overline{أبج}$   $\overline{أدج}$  وبحسب برهان لب من ا تكون زاويا  $\overline{بأج}$   $\overline{أب}$  مساوية لزاويتين قائمتين فزاويتنا  $\overline{أدج}$   $\overline{أب}$  المتقابلتان اذن مساويتان لزاويتين قائمتين وعلى هذا المثال يتبين ان مجموع زاويتي  $\overline{بأد}$   $\overline{بأج}$  مساو لزاويتين قائمتين فكل سطح ذو اربعة اضلاع يقع في دائرة فان كل زاويتين من زاويا متقابلتين تساويان زاويتين قائمتين وذلك ما اردنا ان نبين قال ايرن وهذا الشكل يتبرهن ايضا بالشكل الذي قدّمناه .:

### الشكل الثاني والعشرون من المقالة الثالثة

لا يمكن ان يقوم على خط واحد مستقيم قطعتان متشابهتان من دائرتين احد هما اعظم من الاخرى فان امكن ان تقوم فلننزل انهما قطعتا  $\overline{أب}$   $\overline{أد}$  والعظمى منهما قطعة  $\overline{أب}$  ونخرج خط  $\overline{أج}$  وننفذه على الاستقامة الى نقطة  $\overline{د}$  ونخرج خطي  $\overline{بج}$   $\overline{بأ}$  فمن اجل ان قطعة  $\overline{أب}$  تشبه قطعة  $\overline{أد}$  فان زاوية  $\overline{أبج}$  مساوية لزاوية  $\overline{أبأ}$  لان القسي المتشابهة تقبل زاويا متساوية ولان زاوية  $\overline{أبج}$  خارج مثلث  $\overline{بجأ}$  بحسب برهان ١٤ من ا تكون زاوية  $\overline{أبج}$  اعظم من زاوية  $\overline{أبأ}$  فزاوية  $\overline{أبج}$  مساوية لزاوية  $\overline{أبأ}$  وهي ايضا اعظم منها هذا خلف غير ممكن فليس يقوم اذن على خط واحد

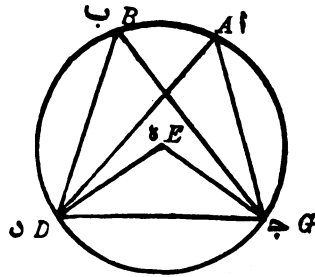
<sup>1)</sup> In cod.: مساويتان

**Propositio XX libri tertii.**

Anguli in eodem segmento circuli positi inter se aequales sunt, si idem arcus iis oppositus est.

**Exemplificatio.** In segmento  $GABD$  circuli  $ABGD$  duo anguli  $GAD$ ,  $GBD$  in eadem basi, scilicet arcu  $GD$ , positi sunt. Dico, eos inter se aequales esse.

**Demonstratio.** Centrum circuli sumimus, quod sit punctum  $E$ , et duas lineas  $EG$ ,  $ED$  ducimus. Ex III, 19 igitur angulus  $GED$  duplo maior est utrovis duorum angulorum  $GAD$ ,  $GBD$ . Quae autem eiusdem rei dimidia sunt, inter se aequalia sunt. Ergo  $\angle GAD = GBD$ . Q. n. e. d.



Hero dixit<sup>1)</sup>: Haec propositio demonstrari potest demonstratione propositionem, quae praecedit, amplectenti.

**Propositio XXI libri tertii.**

In spatio quattuor laterum in circulo posito duo anguli eius oppositi duobus rectis aequales sunt.

**Exemplificatio.** In circulo  $ABGD$  comprehenditur spatium  $ABGD$ . Dico, duos angulos eius oppositos duobus rectis aequales esse.

**Demonstratio.** Duas lineas  $AG$ ,  $DB$  ducimus. Quoniam duo anguli  $BAG$ ,  $BDG$  in eodem segmento  $BADG$  et in eodem arcu  $BG$  positi sunt, ex III, 20 erit  $\angle BAG = BDG$ . Rursus, quoniam duo anguli  $ADB$ ,  $AGB$  in eodem segmento et in eodem

---

<sup>1)</sup> Apud Gher. Crem. in editione Maximiliani Curtze haec nota Heronis deest; est autem in cod. Regin. 1268, ubi A. A. Bjørnbo haec legit:  
 »De figura 20a dixit Irinus; hec figura est secundum quod posuit et probatur cum figura que eam procedit.«

### الشكل العشرون من المقالة الثالثة

الزوايا التي في قطعة واحدة من دائرة فهي متساوية اذا كان يوترها قوس واحدة مثاله ان دائرة ا ب ج د في قطعة منها وهي قطعة ج ا ب د زاويتي ج ا د ج ب د على قاعدة واحدة وهي قوس ج د فاقول انهما متساويتان برهانه انا نستخرج مركز الدائرة وليكن نقطة ه ونُخرج خطي ه ج ه د فبحسب برهان يط من ج فان زاوية ج ه د ضعف لكل واحدة من زاويتي ج ا د ج ب د والاشياء التي هي نصف لشي واحد فان الاشياء متساوية فزاوية ج ا د اذن مساوية لزاوية ج ب د وذلك ما اردنا ان نبين .  
قال ايرن وقد يمكن ان نبرهن هذا الشكل برهانا عامًا بالشكل الذي قدمناه

44 r.

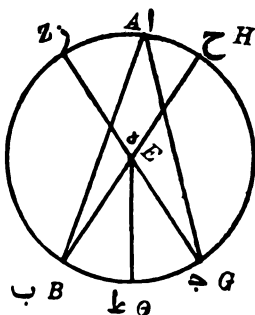
### الشكل الواحد والعشرون من المقالة الثالثة

كل دائرة يقع فيها سطح ذو اربعة اضلاع فكل زاويتين تتقابلان منه فهما مساويتان لزاويتين قائمتين مثاله ان في دائرة ا ب ج د سطح ا ب ج د فاقول ان كل زاويتين تتقابلان منه فهما مساويتان لزاويتين قائمتين برهانه انا نُخرج خطي ا ج د ب فبين اجل ان زاويتي با ج ب د ج في قطعة واحدة وهي قطعة با د ج وعلى قوس واحدة وهي قوس ب ج فببرهان ك من ج تكون زاوية با ج مساوية لزاوية ب د ج وايضًا فان زاويتي اد ب ا ج ب في قطعة واحدة

angulo  $B\theta G$  arcus  $B\theta G$  tres angulos  $GEH$ ,  $HEZ$ ,  $ZEB$  coniunctos duplo maiores esse angulo  $B\theta G$ . Ergo omnes anguli, qui in segmento arcus  $B\theta G$  cadunt, inter se aequales sunt.

Rursus quoniam angulus  $BAG$  quolibet modo constructus est, et iam demonstratum est, angulum ad centrum positum, scilicet angulum  $BEG$ , duplo maiorem eo esse, omnes anguli in eodem segmento positi, eo scilicet, quod in arcu  $BG$  descriptum est, inter se aequales sunt, quoniam demonstratum est, angulum  $BEG$  quouis eorum duplo maiorem esse.

Praeterea, quoniam angulus  $B\theta G$  in segmento  $B\theta G$  positus est, et manifestum est, angulos  $BEZ$ ,  $ZEH$ ,  $HEG$  coniunctos duplo maiores eo esse, omnes anguli in segmento  $B\theta G$  descripti inter se aequales sunt, quia singuli dimidia sunt angulorum coniunctorum, quos nominauimus. Ergo demonstratum est, omnes angulos in eodem segmento positos inter se



aequales esse. Et hoc est, quod uoluimus, demonstrationem eius rei uniuersalem esse; quare hanc propositionem exposuimus, ut demonstratione uniuersali ostenderetur, quod dixit geometra. Quo demonstrato propositio sequens simul demonstrata est, si ita ratiocinamur: Quoniam anguli  $BEZ$ ,  $ZEH$ ,  $HEG$  coniuncti angulo  $B\theta G$  duplo maiores sunt, et angulus  $BEG$  angulo  $BAG$  duplo maior est, summa quattuor angulorum  $BEG$ ,  $BEZ$ ,  $ZEH$ ,  $HEG$  duobus angulis  $B\theta G$ ,  $BAG$  duplo maior est. Sed quattuor illi anguli ex I, 15 quattuor rectis aequales sunt; itaque summa duorum angulorum  $B\theta G$ ,  $BAG$  summae duorum rectorum aequalis est. Ergo quadrilaterorum in circulo positorum duo anguli oppositi duobus rectis aequales sunt.

Al-Narizi dixit: Haec demonstratio cum praecedentium propositionum demonstrationes continet, XIX, XX, XXI.

جُمعت مساوية لضعف زاوية  $\overline{ب\ط\ج}$  فكل الزوايا التي تقع اذن  
 في قطعة قوس  $\overline{ب\ط\ج}$  متساويةً وايضاً فمن اجل ان زاوية  $\overline{ب\اج}$   
 عملت كيف وقعت وقد تبين ان الزاوية التي على المركز ضعفها  
 وهي زاوية  $\overline{ب\ه\ج}$  فان كل الزوايا التي في القطعة الواحدة اعني  
 المرسومة في قوس  $\overline{اج}$  متساوية لانه قد تبين ان زاوية  $\overline{ب\ه\ج}$  ضعف  
 كل واحدة منها وايضاً فمن اجل ان زاوية  $\overline{ب\ط\ج}$  في قطعة  $\overline{ب\ط\ج}$   
 وقد ظهر ان زوايا  $\overline{ب\ه\ز}$   $\overline{ز\ه\ح}$   $\overline{ح\ه\ج}$  اذا جُمعت ضعفها فان الزوايا  
 كلها التي تُرسم في قطعة  $\overline{ب\ط\ج}$  متساوية لان كل واحدة منها  
 نصف الزوايا المذكورة اذا جُمعت فقد تبين ان كل الزوايا التي  
 تقع في قطعة واحدة متساوية وهذا الذي كنا اردنا ان نبينه كليا  
 ولذلك جعلنا هذا الشكل ليتبين ما قاله الرياضي بيانا كليا  
 واذا قد تبين هذا فان الشكل الذي بعده يتبرهن معه وذلك  
 بان نقول من اجل ان زوايا  $\overline{ب\ه\ز}$   $\overline{ز\ه\ح}$   $\overline{ح\ه\ج}$  اذا جُمعت مساوية  
 لضعف زاوية  $\overline{ب\ط\ج}$  وزاوية  $\overline{ب\ه\ج}$  ضعف زاوية  $\overline{ب\اج}$  فمجموع الاربع  
 الزوايا اعني زوايا  $\overline{ب\ه\ز}$   $\overline{ز\ه\ح}$   $\overline{ح\ه\ج}$   $\overline{ب\اج}$  مساوية لضعف زاويتي  $\overline{ب\ط\ج}$   
 $\overline{ب\اج}$  لكن الاربع الزوايا مُعادلات لاربع زوايا قائمة وذلك بين  
 ببرهان يه من ا فمجموع زاويتي  $\overline{ب\ط\ج}$   $\overline{ب\اج}$  اذن مثل مجموع  
 زاويتين قائمتين فاذن السطوح ذوات الاربعة الاضلاع التي في كل  
 دائرة فان كل زاويتين تتقابلان مساويتان لزاويتين قائمتين .  
 قال النيرى هذا البرهان والذي قبله ثلثة اشكال الشكل التاسع  
 عشر والعشرون والواحد والعشرون .

dissolui, ne quidquam sit in geometria, quod demonstratum non sit. Exposita uero hac propositione praeuia et demonstrata figura omnia, quae propositio continet, manifesta et certa sunt, nec aduersariis locus relinquitur cauillandi in propositione sequenti, quae est XX.

Praeuia igitur propositio, qua opus est, et figura ad eam pertinens haec est:

Angulus ad centrum circuli positus angulo ad ambitum eius posito duplo maior est, si basis eorum communis idem arcus est, et reliqui anguli ad centrum positi, qui quattuor rectos complent, duplo maiores sunt angulo ad ambitum posito in arcu, qui angulo ad centrum posito oppositus est.

Angulus ad centrum positus sit angulus  $GEB$  et angulus ad ambitum positus angulus  $GAB$ . Duabus lineis  $BE$ ,  $GE$  in directum ad ambitum circuli ad duo puncta  $H$ ,  $Z$  productis duas lineas  $GO$ ,  $OB$  et lineam  $OE$ <sup>1)</sup> ducimus.

Dico, omnibus angulis, qui quoquo modo in arcu  $BAG$  cadant, et quorum basis communis sit arcus  $BOG$ , singulis duplo maiorem esse angulum  $GEB$ , et summam angulorum  $BEZ$ ,  $ZEH$ ,  $HEG$  duplo maiorem esse angulo  $BOG$  et omni angulo, qui in arcu  $BOG$  cadat, duplo maiorem.

*Demonstratio.* Punctum  $E$  centrum circuli est; itaque  $EB = EO$ ; quare  $\angle EBO = EOB$ . Angulus igitur  $HEO$  extrinsecus positus duplo maior est angulo  $EOB$ . Rursus  $EO = EG$  et  $\angle EOG = EGO$ ; itaque angulus  $ZEO$  angulo  $EOG$  duplo maior erit. Summa igitur duorum angulorum  $HEO$ ,  $ZEO$  angulo  $BOG$  duplo maior erit. Sed ex I, 15 erit  $\angle GEB = HEZ$ .<sup>2)</sup> Iam si angulum  $GEB$  subtrahimus, et pro eo angulum  $HEZ$  ei aequalem adsumimus<sup>3)</sup>, relinquuntur duo anguli  $HEG$ ,  $ZEB$  cum angulo  $HEZ$  angulo  $GOB$  duplo maiores. Et manifestum est, sumpto

<sup>1)</sup> Gher. Crem. uerba quae sunt: »et lineam  $OE$ « omisit.

<sup>2-3)</sup> Haec uerba Gher. Crem. omisit.



عناد فيه اعني في الشكل الذي بعد هذا وهو الشكل العشرون  
 والمقدمة التي يجب تقديمها والشكل الموضوع لها هو هذا الزاوية  
 التي على مركز كل دائرة هي ضعف الزاوية التي على محيطها اذا  
 كانت قاعدتها جميعاً قوساً واحدةً والزاويا الباقية التي على المركز  
 وهي تنمّ الاربع القوائم ضعف الزاوية التي على المحيط في القوس  
 التي توتر الزاوية التي على المركز فلنكن الزاوية التي على المركز  
 زاوية جـهـب والتي على المحيط زاوية جـابـ ونُخرج خطى بـهـ جـهـ على  
 استقامتهما الى محيط الدائرة الى نقطتي حـز ونُخرج خطى جـطـ طـب  
 وخط طـهـ فاقول ان كل الزوايا التي تقع في قوس باـجـ حيث كان 43 u.  
 وقوعها وقاعدة جميعها قوس بـطـجـ فان زاوية جـهـبـ ضعف لكل  
 واحدة منها وان مجموع زوايا بـهـزـ زـهـحـ حـهـجـ ضعف زاوية بـطـجـ  
 وضعف لكل واحدة من الزوايا التي تقع في قوس بـطـجـ<sup>1)</sup> .  
 برهانه ان نقطة هـ مركز الدائرة فخط هـبـ مثل خط هـطـ فزاوية هـبـطـ  
 مساوية لزاوية هـطـبـ فزاوية حـهـطـ اذن الخارجة ضعف زاوية هـطـبـ  
 وايضا خط هـطـزـ مثل خط هـجـ فزاوية هـطـجـ مثل زاوية هـجـطـ فزاوية  
 زـهـطـ ضعف زاوية هـطـجـ فمجموع زاويتي حـهـطـ زـهـطـ ضعف زاوية بـطـجـ  
 لكن زاوية جـهـبـ مساوية لزاوية حـهـزـ وذلك بين<sup>2)</sup> ببرهان يهـ من افاذا  
 اسقطنا زاوية جـهـبـ واخذنا بدلها زاوية حـهـزـ بقيت زاويتا حـهـجـ زـهـبـ  
 مع زاوية حـهـزـ ضعف زاوية جـطـبـ وظاهر ان زاوية بـطـجـ حيث  
 فرضناها من قوس بـطـجـ فان زوايا جـهـحـ حـهـزـ زـهـبـ الثلث اذا

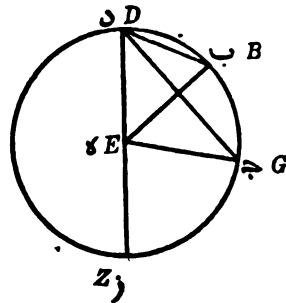
<sup>1)</sup> In margine: Significat angulos, qui super arcu constructi sunt.

<sup>2)</sup> In margine additum.

toto angulo  $BAG$  duplo maior erit. Ergo manifestum est, angulum ad centrum circuli positum angulo ad ambitum eiusposito duplo maiorem esse, si basis eorum idem arcus sit. Q. n. e. d.

Hero dixit: Si positio anguli ad ambitum positi ea est, quam angulus  $GAB$  obtinet, linea  $AD$  cum linea  $DB$  in directum coniuncta, manifestum est, angulum  $GDB$  angulo  $GAB$  duplo maiorem esse.

Sin positio anguli ad ambitum positi ea est, quam obtinet angulus  $GDB$ , linea  $GD$  lineam  $EB$  secante, lineam  $DEZ$  ducimus. Quoniam igitur  $ED = EB$ , erit  $\angle EDB = EBD$ . Itaque angulus  $BEZ$ , qui extra triangulum  $EBD$  positus est, angulo  $EDB$  duplo maior erit. Rursus  $ED = EG$ ; quare  $\angle EDG = EGD$ . Itaque angulus  $ZEG$  angulo  $EDG$  duplo maior erit. Quibus duobus subtractis relinquitur angulus  $BEG$  duplo maior angulo  $BDG$ . Q. n. e. d.



Rursus Hero dixit: Iam igitur haec propositio in omni positione demonstrata est, et demonstratio ad omnem constructionem adaptata est. Uerum tamen restat, ut propositionem praeuiam huc pertinentem exponamus et demonstratione ad omnes casus adcommodata ostendamus; nisi enim hoc ea ratione demonstratum erit, qua nos usuri sumus, fieri non potest, ut propositionem sequentem in omni<sup>1)</sup> positione demonstremus, sed in ea sola, quam geometra supposuit. Quod uituperandum<sup>2)</sup> est, quia necesse est, demonstrationem uniuersalem proponi et rem in omni positione ostendi, caullationesque aduersariorum

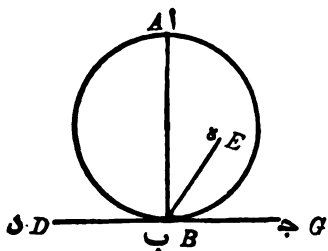
<sup>1)</sup> Gher. Crem. (ed. Curtze p. 131): »secundum ceh (!) positionem«. »ceh-igitur »omnem« significat.

<sup>2)</sup> Gher. Crem. (l. l.): »possibile«. Aperte pro *منکر* legit *ممکن*.

ضعف زاوية  $\overline{ب\text{ا}\overline{د}}$  وبمثل هذا الاستشهاد يتبين ان زاوية  $\overline{ج\text{د}\overline{ه}}$  ضعف زاوية  $\overline{ب\text{ا}\overline{د}}$  وبمثل هذا الاستشهاد يتبين ان زاوية  $\overline{ج\text{د}\overline{ه}}$  مثل ضعف زاوية  $\overline{ج\text{ا}\overline{د}}$  فجميع زاوية  $\overline{ب\text{د}\overline{ج}}$  ضعف جميع زاوية  $\overline{ب\text{ا}\overline{د}}$  ان فقد ظهر ان الزاوية التي على مركز كل دائرة ضعف الزاوية التي على محيطها اذا كانت قاعدتها قوساً واحدة وذلك ما اردنا ان نبين .: قال ايرن فان كان وضع الزاوية التي على المحيط مثل [وضع] زاوية  $\overline{ج\text{ا}\overline{ب}}$  وخط  $\overline{ا\text{د}}$  يتصل بخط  $\overline{ب\text{د}}$  على استقامة فظاهر ان زاوية  $\overline{ج\text{د}\overline{ب}}$  ضعف زاوية  $\overline{ج\text{ا}\overline{ب}}$  .: وان كان وضع الزاوية التي على المحيط مثل وضع زاوية  $\overline{ج\text{د}\overline{ب}}$  على ان تقاطع خط  $\overline{ج\text{د}}$  خط  $\overline{ه\text{ب}}$  فانا نخرج خط  $\overline{د\text{ه}}$  فمن اجل ان خط  $\overline{د\text{ه}}$  مساو لخط  $\overline{ه\text{ب}}$  فان زاوية  $\overline{د\text{ه}\overline{ب}}$  مساوية لزاوية  $\overline{ه\text{ب}\overline{د}}$  فزاوية  $\overline{ب\text{ه}\overline{ز}}$  التي هي خارج مثلث  $\overline{ه\text{ب}\overline{د}}$  ضعف زاوية  $\overline{د\text{ه}\overline{ب}}$  وايضا فان خط  $\overline{د\text{ه}}$  مساو لخط  $\overline{ه\text{ج}}$  فزاوية  $\overline{ه\text{د}\overline{ج}}$  مساوية لزاوية  $\overline{ه\text{ج}\overline{د}}$  فزاوية  $\overline{ز\text{ه}\overline{د}}$  ضعف زاوية  $\overline{ه\text{د}\overline{ج}}$  فاذا اسقطناها بقيت زاوية  $\overline{ب\text{ه}\overline{ج}}$  ضعف زاوية  $\overline{ب\text{د}\overline{ج}}$  وذلك ما اردنا ان نبين .:

وقال ايرن ايضاً اما الشكل فقد تبين بكل وضع وبرهن على كل عمل وقد يبقى علينا ان نضع المقدمة المقولة له وبرهنه برهاناً عاماً لانه ان لم يبرهن على ما سنبرهنه لم يمكنا ان نبرهن الشكل الذي بعده على كل وضع لكن على ما وضعه الرياضي فقط وذلك منكر لانه قد يجب اضطراراً ان تُصير المقدمة عامة وان يُبرهن على كل وضع وان تُحلل عناد المعاندين لئلا يكون شيء في المساحة غير مُبرهن واذا وضعنا هذه المقدمة وبيننا الشكل كان جميع ما في الشكل بيناً واضحاً ولا يبقى للمعاندين موضع

linea  $GD$  circulum  $AB$  contingit et a puncto contactus linea recta ad centrum ducta est, scilicet linea  $BE$ , ex III, 17 linea  $BE$  ad lineam  $GD$  perpendicularis erit, et  $\angle EBG$  rectus. Iam autem supposuimus, angulum  $ABG$  rectum esse. Itaque angulus  $ABG$  angulo  $EBG$  aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est. Itaque fieri non potest, ut aut punctum  $E$  aut aliud punctum, quod in linea  $AB$  non sit, centrum circuli  $AB$  sit. Ergo centrum circuli in linea  $AB$  est. Q. n. e. d.

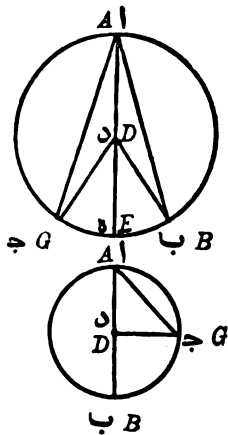


### Propositio XIX libri tertii.

In circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si basis eorum idem arcus est.

Exemplificatio. Ad centrum circuli  $ABG$  angulus  $BDG$  positus est, et ad ambitum eius angulus  $BAG$ , et basis eorum idem arcus est, scilicet arcus  $BG$ . Dico, angulum  $BDG$  angulo  $BAG$  duplo maiorem esse.

Demonstratio. Lineam  $AD$  ad punctum  $E$  producimus. Quoniam centrum circuli est punctum  $D$ , duae lineae  $DA$ ,  $DB$  ab eo ductae inter se aequales erunt, et ex I, 5 erit  $\angle DAB = DBA$ . Et quoniam angulus  $BDE$  extra triangulum  $ABD$  positus est, et summa duorum angulorum  $DAB$ ,  $DBA$  angulo  $DAB$  duplo maior est, ex I, 32 angulus  $BDE$  duobus angulis  $DAB$ ,  $DBA$  aequalis erit; quare angulus  $BDE$  duplo maior est angulo  $BAD$ . Et eadem ratione demonstrabitur, angulum  $GDE$  angulo  $GAD$  duplo maiorem esse. Totus igitur angulus  $BDG$



خط جـ د يماس دائرة أب على نقطة ب وقد خرج من نقطة ب  
خط با عموداً على خط جـ د يقطع الدائرة فاقول ان مركز الدائرة  
على خط أب لا يمكن غيره فان امكن فلننزل ان المركز نقطة هـ  
ونصل هـ ب فين اجل ان خط جـ د يماس دائرة أب وقد خرج من  
النقطة التي عليها المماسه خط مستقيم الى المركز وهو خط ب هـ  
فان خط ب هـ عمود على خط جـ د اودلك ببرهان ١٧ من ٣<sup>١</sup> فزاوية  
هـ ب جـ قائمة وقد كنا فرضنا زاوية أب جـ قائمة فزاوية أب جـ مساوية  
لزاوية هـ ب جـ الاعظم مساو للاصغر هذا خلف فليس يمكن ان  
تكون نقطة هـ مركزاً لدائرة أب ولا غيرها من النقط التي ليست على  
خط اب فمركز الدائرة اذن على خط اب وذلك ما اردنا ان نبين .

### الشكل التاسع عشر من المقالة الثالثة

الزاوية التي على مركز كل دائرة ضعف الزاوية التي على المحيط  
اذا كانت قاعدتها قوساً واحدة مثاله ان دائرة أب جـ على مركزها  
زاوية ب د جـ وعلى محيطها زاوية با جـ وقاعدتها قوس واحد وهي  
قوس ب جـ فاقول ان زاوية ب د جـ ضعف زاوية با جـ برهانه انا اخرج  
خط اد ونخرجه الى علامة هـ فين اجل ان مركز الدائرة نقطة ط وقد  
خرج منها خطا دا دب فهما متساويان فبحسب برهان هـ من ا  
تكون زاوية داب مساوية لزاوية دبا ولان زاوية بده خارج مثلث  
ابد ومجموع زاويتي داب دب ا ضعف زاوية داب فانه بحسب برهان  
لب من ا تكون زاوية بده مثل زاويتي داب دب فزاوية بده مثل

<sup>١</sup>) Hic primum numeri Arabici in textu adhibentur.

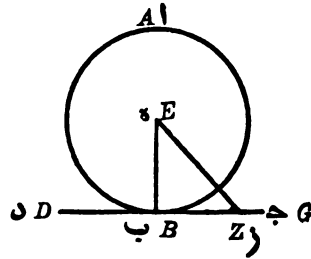
**Propositio XVII libri tertii.**

Si linea recta circulum contingit, et a puncto contactus ad centrum circuli linea recta ducitur, linea ducta ad lineam contingentem perpendicularis erit.

Supponamus, lineam  $GD$  circulum  $AB$  in puncto  $B$  contingere, et centrum circuli esse punctum  $E$ . Dico, lineam  $BE$  ad lineam  $GD$  perpendicularem esse, neque aliter fieri posse.

Nam si fieri potest, a puncto  $E$ , quod centrum est, ad lineam  $GD$  perpendicularem  $EZ$  ducamus. Iam quoniam angulus  $EZB$  rectus est, angulus  $EBZ$  recto minor erit, quoniam ex I, 17 duo anguli trianguli duobus rectis minores sunt. Et quoniam ex I, 19 sub angulo maiore latus maius subtendit, latus  $BE$  latere  $EZ$  maius erit. Sed punctum  $Z$  extra circulum est; itaque  $EZ > EB$ , et linea  $EB$  minor linea  $EZ$  maiore maior. Quod absurdum est.

Ergo fieri non potest, ut aut linea  $EZ$  aut ulla alia linea praeter eam, quae punctum contactus et centrum coniungit, ut  $EB$ , ad lineam  $GD$  perpendicularis sit.  
Q. n. e. d.



**Propositio XVIII libri tertii.**

Si linea circulum contingit et a puncto contactus ad angulum [rectum] linea ducitur, quae circulum secat, in ea centrum circuli erit.

Exemplificatio. Linea  $GD$  circulum  $AB$  in puncto  $B$  contingit, et a puncto  $B$  ducta est linea  $BA$  ad lineam  $GD$  perpendicularis, quae circulum secat. Dico, centrum circuli esse in linea  $AB$ , neque aliter fieri posse. Nam, si fieri potest, supponamus, centrum esse punctum  $E$ .  $E, B$  coniungimus. Quoniam

1) Verba quae sunt فان زاوية repetita. 2) Repetitum.

ايضا مماسٌ للدائرة وهو مسار لخط  $\overline{اط}$  فقد تبين ايضا ان كل نقطة مفروضة يخرج منها خطان يماسان دائرة مفروضة فان الخطين متساويان وذلك ما اردنا ان نبين .:

### الشكل السابع عشر من المقالة الثالثة

كل دائرة ماسها خط مستقيم ويخرج من النقطة التي عليها المماس خط مستقيم الى مركز الدائرة فان الخط الخارج عموداً على الخط المماس فلننزل ان خط  $\overline{جد}$  يماس دائرة  $\overline{اب}$  على نقطة  $\overline{ب}$  ومركز الدائرة علامة  $\overline{ه}$  فاقول ان خط  $\overline{به}$  عموداً على خط  $\overline{جد}$  لا يمكن غيره فان امكن فلنخرج من نقطة  $\overline{ه}$  التي هي المركز عموداً على خط  $\overline{جد}$  وليكن عمود  $\overline{هز}$  فمن اجل ان زاوية  $\overline{هزب}$  قائمة فان زاوية  $\overline{هزب}$  <sup>(1)</sup> اصغر من قائمة لان كل زاويتين من زوايا المثلث اصغر من زاويتين قائمتين وذلك بين ببرهان يز من ا ومن اجل ان الزاوية العظمى وترها الضلع الاطول بحسب ما بين ببرهان يط من ا يكون ضلع  $\overline{به}$  اعظم من ضلع  $\overline{هز}$  ونقطة  $\overline{ز}$  خارج الدائرة فخط  $\overline{هز}$  اعظم من خط  $\overline{هب}$  فيكون خط  $\overline{هز}$  الاصغر اعظم من خط  $\overline{هز}$  الاعظم هذا خلف فليس يمكن اذن ان يكون خط  $\overline{هز}$  عموداً على خط  $\overline{جد}$  ولا غيره من الخطوط <sup>(2)</sup> سوى الخط الذي يصل بين موضع التماس وبين المركز مثل  $\overline{هب}$  وذلك ما اردنا ان نبين .:

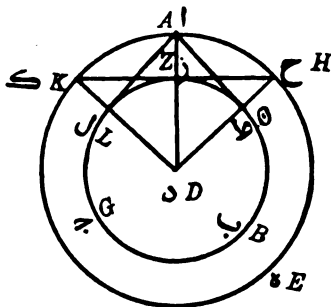
### الشكل الثامن عشر من المقالة الثالثة

كل خط يماس دائرة ويخرج من حيث يماسها خط على زاوية [قائمة] يقطع الدائرة فان عليه يكون مركز الدائرة مثالة ان

aequalia erunt, singula singulis. Et angulus  $AD\Theta$  duobus triangulis communis est; itaque ex I, 4 basis  $A\Theta$  basi  $HZ$  aequalis est, et  $\triangle AD\Theta = HDZ$ , et omnes anguli omnibus angulis aequales; quare  $\angle A\Theta D = HZD$ . Sed angulus  $HZD$  rectus est; itaque angulus  $D\Theta A$  rectus. Itaque a puncto  $\Theta$ , quod terminus est diametri circuli  $BG$ , linea  $\Theta A$  ad angulum rectum ducta est. Iam autem in III, 15 demonstratum est, lineam a termino diametri circuli ad rectum angulum ductam circumulum contingere; itaque linea  $A\Theta$  circumulum contingit. Ergo a dato puncto  $A$  ad datum circumulum  $BG$  linea  $A\Theta$  ducta est circumulum contingens. Q. n. e. d.

Hero dixit: Si punctum datum intra circumulum est, fieri non potest, ut ab eo linea circumulum contingens ducatur, quoniam linea circumulum secat. Si punctum in ambitu est, diametrus circuli a puncto dato ducitur et deinde linea ad eam in hoc puncto perpendicularis; tum haec linea perpendicularis ea erit, quae circumulum contingit.

Si a puncto  $A$  ad ambitum circuli  $BG$  duas lineas eum contingentes ducere uolumus, lineam  $HZ$  in directum ad punctum  $K$  producimus et duo puncta  $D, K$  linea  $DK$  coniungimus, quae circumulum in puncto  $L$  secat. Linea  $AL$  ducta ex eo, quod geometra demonstravit, lineam  $AL$  ipsam



quoque circumulum contingere, manifestum est, quae linea lineae  $A\Theta$  aequalis est. Iam igitur hoc quoque demonstratum est, si a puncto dato duae lineae circumulum datum contingentes ductae sint, eas duas lineas inter se aequales esse. Q. n. e. d.

1) Repetitum.

2) In codice: *بماسةها*



اخراجة ببرهان يا من ا وليكن خط زح فبين البين بحسب برهان  
 به من ج ان خط زح يقع خارج دائرة بـج وهو مماسٌ للدائرة  
 ونصل بين نقطتي دح بخط دح يُقطع دائرة بـج على نقطة ط  
 ونصل نقطتي ا ط بخط اط فلان خط دا مساو لخط دح لانها  
 خرجا من المركز الى المحيط وخط دز مثل خط دط فان خطي اد  
 دط مساويان لخطي حد دز كل ضلع مساو لنظيره وزاوية ادط  
 مشتركة للمثلثين فان بحسب برهان د من ا تكون قاعدة اط  
 مساوية لقاعدة حز ومثلث ادط مساويا لمثلث حـدز وسائر الزوايا <sup>42</sup> u.  
 مثل سائر الزوايا زاوية<sup>(1)</sup> اطد مساوية لزاوية حـزد لكن زاوية حـزد  
 قائمة فزاوية دطا اذن قائمة فقد خرج من نقطة ط التي هي طرف  
 قطر دائرة بـج خط طا على زاوية قائمة وقد تبين ببرهان به من  
 ج ان الخط الخارج من طرف قطر الدائرة على زاوية قائمة يماس  
 الدائرة فخط اط اذن مماسٌ للدائرة فقد خرج من نقطة ا  
 المفروضة الى دائرة بـج المفروضة خط اط يماس الدائرة وذلك ما  
 اردنا ان نبين قال ايرن ان كانت النقطة المفروضة داخل الدائرة  
 لم يمكن ان يخرج منها خط يماس الدائرة لان الخط يقطع الدائرة  
 وان كانت على الخط المحيط أُخرج قطر الدائرة من النقطة  
 المفروضة ثم يُقام على تلك النقطة عمودٌ فيكون ذلك العمود هو  
 الخط المماسٌ للدائرة . وان اردنا ان نُخرج خطين من نقطة ا  
 الى محيط دائرة بـج يماسانها<sup>(2)</sup> فانا نُخرج خط حـز على الاستقامة  
 الى نقطة ك ونصل بين نقطتي دك بخط دك يقطع الدائرة على  
 نقطة ل ونصل خط ال فبين بحسب ما برهنه الرياضى ان خط ال

$GAD$  comprehenditur, quouis angulo acuto maior, quia angulus acutus est, qui de angulo recto diminuitur alio angulo acuto, et quoniam hic angulus interior de angulo recto non diminuitur acuto angulo, cui magnitudo est<sup>1)</sup>, geometra angulum interiorem quouis angulo acuto maiorem esse a principio statuit.

Et quoniam fieri non potest, ut angulus extrinsecus positus linea recta diuidatur, omnis linea, cuius positio haec est, circumulum contingit.

### Propositio XVI libri tertii.

Demonstrare uolumus, quo modo a puncto dato lineam rectam circumulum datum contingentem ducamus.

Supponamus, punctum datum esse punctum  $A$  et circumulum datum circumulum  $BG$ . Centrum circuli sumimus, quod sit punctum  $D$ , et duo puncta  $D$ ,  $A$  linea  $DA$  coniungimus, quae circumulum in puncto  $Z$  secat. Puncto  $D$  centro sumpto radio  $DA$  circumulum  $AE$  describimus et in puncto  $Z$  lineae  $AD$  lineam ad eam perpendicularem erigimus ex I, 11 et eam producimus, dum ad circumulum  $AE$  perueniat, sitque linea  $ZH$ . Itaque ex III, 15 manifestum est, lineam  $ZH$  extra circumulum  $BG$  cadere et circumulum contingere.

Punctis  $D$ ,  $H$  coniunctis linea  $DH$ , quae circumulum  $BG$  in puncto  $\Theta$  secat, duo puncta  $A$ ,  $\Theta$  linea  $A\Theta$  coniungimus. Quoniam  $DA = DH$ , quippe quae a centro ad ambitum ductae sint, et  $DZ = D\Theta$ , duo latera  $AD$ ,  $D\Theta$  duobus lateribus  $HD$ ,  $DZ$

---

<sup>1)</sup> In textu Arabico est: «... non diminuitur de angulo recto, qui angulus acutus est, angulo, cui magnitudo est.» Apud Gher. Crem. (p. 129, l. 28) est: «... non minuitur a recto angulo, qui est edz, cum angulo, cui sit quantitas.» Credo, ordinem modo uerborum Arabicorum mutatum esse, et ita legendum esse: القائمة بزواية لها

مقدار التي هي زاوية حادة

بسبب الزاوية الاخرى الداخلة وذلك ان زاوية  $\overline{هـذ}$  لهما<sup>1)</sup> كانت قائمة ووقع بين خط  $\overline{جـد}$  وعمود  $\overline{دز}$  قوس  $\overline{جـا}$  وفصلت زاوية  $\overline{كـدز}$  لا مقدار لها بقيت الزاوية الداخلة التي يحيط بها قطر  $\overline{جـد}$  وقوس  $\overline{جـا}$  اعظم من كل زاوية حادة لان الحادة هي التي تنقص عن الزاوية القائمة بزاوية ما اخرى حادة فمن اجل ان هذه الزاوية الداخلة لم تنقص عن الزاوية القائمة التي هي زاوية حادة بزاوية لها مقدار نَسَبَ الرياضى الزاوية الداخلة الى انها اعظم من كل زاوية حادة ومن اجل ان الزاوية الخارجة لا يمكن ان تنقسم بخط مستقيم فان كل خط حالة هذه الحال فهو مُماسٌ للدائرة .:

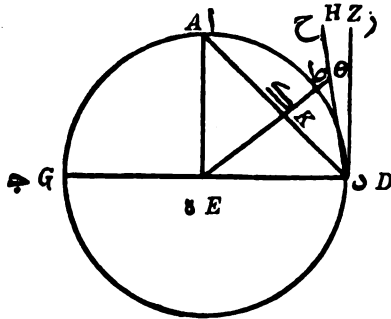
#### الشكل السادس عشر من المقالة الثالثة

نريد ان نبين كيف نخرج من نقطة مفروضة خطا مستقيما يماس دائرة مفروضة فننزل ان النقطة المفروضة نقطة  $\overline{ا}$  والدائرة المفروضة دائرة  $\overline{بـج}$  فنستخرج مركز الدائرة وليكن نقطة  $\overline{د}$  ونصل بين نقطتي  $\overline{د}$   $\overline{ا}$  بخط  $\overline{دا}$  يقطع الدائرة على نقطة  $\overline{ز}$  ونجعل نقطة  $\overline{د}$  مركزا ونخط ببعد  $\overline{دا}$ <sup>2)</sup> دائرة  $\overline{اه}$  ونقيم على نقطة  $\overline{ز}$  من خط  $\overline{اد}$  خطا يكون عمودا عليه ونخرجه الى ان يلقي دائرة  $\overline{اه}$  كما بينا

<sup>1)</sup> In codice لِعَلَّ (!), suspicor autem scribendum esse لَهَا. Apud Gherardum Crem. p. 129, 16 pro quod  $\angle$  si scribendum quia, sicut habet cod. Reginensis lat. 1268 (cfr. Biblioth. mathm. III, p. 72 not.), de cuius scriptura beneuolenter nos certiores fecit A. A. Bjørnbo, dr. phil.

<sup>2)</sup> Post haec uerba librarius falso repetiuit, postea erasit uerba, quae sunt: بخط  $\overline{دا}$  . . . . مركزا ونخط

$DH$  linea ad rectos angulos ducatur. Lineam  $E\theta$  ducamus. Quoniam  $\angle E\theta D > ED\theta$ , et ex I, 19 latus maius angulo maiori oppositum est, linea  $ED$  maior erit linea  $E\theta$ . Sed  $ED = EK$ , quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est; itaque  $EK > E\theta$ , minor maiore maior. Quod absurdum est. Ergo manifestum est, inter lineam  $DZ$  et arcum  $DA$  nullam aliam lineam rectam cadere.



Rursus dico, angulum  $KDZ$  exteriorem quouis angulo acuto minorem esse, et angulum  $EDK$  interiorem quouis angulo acuto maiorem.

Demonstratio. Si angulus  $KDZ$  extrinsecus positus aut angulo acuto aequalis aut angulo acuto maior est, inter arcum  $AKD$  et lineam  $DZ$  alia linea recta cadit. Itaque, quoniam iam demonstratum est, fieri non posse, ut inter ea alia recta cadat, quouis angulo acuto minor erit, et ideo angulus semicirculi arcu  $GAD$  et diametro  $GED$  comprehensus quouis angulo acuto maior erit.

Hinc demonstratur, omnem lineam rectam a termino diametri circuli ad angulum rectum ductam circulum tangere. Q. n. e. d.

Dixit Al-Narizi. Geometra uult, angulum arcu  $GAD$  et perpendiculari  $DZ$  comprehensum quouis angulo acuto minorem esse, quia diuidi non potest. Si enim diuidi possit, inter arcum  $GAD$  et lineam  $DZ$  alia recta linea cadat, quia anguli non diuiduntur nisi lineis rectis, quae eos secant. Sed quum angulus  $KDZ$  secari non possit, non erit angulus acutus; nam omnes anguli acuti diuiduntur. Sed eo nomine eum adpellauit, quod res postulauit, propter reliquum angulum interiorem, scilicet quia  $\angle EDZ$  rectus est, et inter lineam  $GD$  et  $DZ$  perpendiculararem arcus  $GA$  cadit et angulus  $KDZ$  abscinditur, cui magnitudo non est; relinquitur igitur angulus interior, qui diametro  $GD$  et arcu

العظمى يوترها الضلع الاعظم وذلك بحسب برهان يط من ا يكون  
خط  $\overline{هـ}$  اعظم من خط  $\overline{هـ}$  لكن خط  $\overline{هـ}$  مساو لخط  $\overline{هـ}$  لانهما  
خرجا من المركز الى المحيط فخط  $\overline{هـ}$  اذن اعظم من خط  $\overline{هـ}$   
الاصغر اعظم من الاعظم هذا خلف فقد ظهر انه لا يقع بين خط<sup>1)</sup>  
 $\overline{دز}$  وبين قوس  $\overline{دأ}$  خط اخر مستقيم وايضا فاقول ان زاوية  $\overline{كدز}$   
الخارجة اصغر من كل زاوية حادة وان زاوية  $\overline{هـك}$  الداخلة اعظم  
من كل زاوية حادة برهانه ان لو كانت زاوية  $\overline{ك}$  [دز] الخارجة مثل  
زاوية حادة او اعظم من حادة لكان يقع بين قوس  $\overline{اكد}$  وبين  
خط  $\overline{دز}$  خط اخر مستقيم فين اجل ما قد تبين انه لا يمكن ان  
يقع بينهما خط اخر مستقيم صارت اصغر من كل زاوية حادة  
وصارت زاوية نصف الدائرة التي تحيط بها قوس  $\overline{جاد}$  وقطر  $\overline{جهد}$   
اعظم من كل زاوية حادة وعندها يتبين ان كل خط مستقيم  
يخرج من طرف قطر الدائرة على زاوية قائمة فانه مماس للدائرة  
وذلك ما اردنا ان نبين . . قال النريزي اراد الرياضى ان الزاوية  
التي تحيط بها قوس  $\overline{جاد}$  وعمود  $\overline{دز}$  اصغر من كل زاوية حادة لانها  
غير منقسمة فلو كانت منقسمة لوقع بين قوس  $\overline{جاد}$  وبين خط  
 $\overline{دز}$  خط اخر مستقيم اذ<sup>2)</sup> كان قسمة الزوايا<sup>3)</sup> انما تكون بالخطوط  
المستقيمة التي تفصلها فلما لم تنفصل زاوية  $\overline{كدز}$  لم تكن براوية  
حادة لان الزوايا الحادة كلها تنقسم فسمّاها باسم اضطرّة الامر اليه

1) In textu: خطى

2) Primum librarius scripsit: دز

3) Primum librarius scripsit: الزوية

est, si lineae rectae in circulum cadant, maximam earum esse diametrum circuli, ceterarum autem, quae centro circuli propiores sint, remotiore maiores. Q. n. e. d.

### Propositio XV libri tertii.

In circulo linea recta a termino diametri ad angulum rectum ducta extra circulum cadet, neque inter eam et ambitum circuli alia linea recta cadit, (omnesque lineae, quarum positio haec est, circulum contingunt,\*) et angulus, qui hac linea et ambitu comprehenditur, quouis angulo acuto minor est, angulus uero in circulo deinceps positus, qui diametro et ambitu comprehenditur, quouis angulo acuto maior est.

Exemplificatio. In circulo  $AGD$  diametrus est  $GD$ . A puncto  $D$ , quod terminus diametri est, linea  $DZ$  ad rectum angulum ducitur. Dico, eam extra circulum cadere, nec aliter fieri posse.

Nam, si fieri potest, ut intra circulum cadat, sit ut linea  $DA$ . Linea  $EA$  ducta triangulus  $AED$  aequicrurius erit; nam  $EA = ED$ , quia utraque a centro ad ambitum ducta est; quare ex I, 5  $\angle EAD = \angle EDA$ . Sed angulum  $EDA$  rectum supposuimus; quare etiam angulus  $EAD$  rectus est. Itaque in triangulo  $EAD$  duo anguli recti sunt. Quod fieri non potest, quoniam iam in I, 17 demonstrauius, in quouis triangulo summam duorum angulorum duobus rectis minorem esse. Ergo demonstratum est, lineam ad punctum  $D$  ad rectum angulum ductam extra circulum cadere.

Cadat ut linea  $DZ$ . Rursus dico, inter eam et arcum  $GAD$  nullam aliam rectam cadere. Nam, si fieri potest, cadat ut linea  $DH$ . Iam quoniam angulus  $EDZ$  rectus est, angulus  $EDH$  recto minor erit. Itaque fieri potest, ut a puncto  $E$  ad lineam

---

\*) Haec uerba, quae apud Euclidem desunt, ad corollarium Euclidis spectant (p. 71).

بالدائرة خطٌ اخر مستقيم وكُلُّ خطٍ هذه حاله<sup>1)</sup> فهو مماسٌ  
 للدائرة وتكون الزاوية التي يحيط بها ذلك الخطُ والخطُ المحيطُ  
 اصغر من كلِّ زاوية حادة والتي تليها من داخل الدائرة التي  
 تُحيط بها القطر والخطُ<sup>2)</sup> المحيط اعظم من كل زاوية حادة  
 مثاله ان دائرة اجد قطرُها جـد وقد خرج من نقطة د التي هي  
 طرف القطر خطٌ على زاوية قائمة وهو خط دز فاقول انه يقع خارج  
 الدائرة لا يُمكن غير ذلك فان امكن ان يقع في داخل الدائرة  
 فليكن مثل خط دأ وتُخرج خط هـا فمثلث اهد متساوي الساتين  
 لان خط هـا مثل خط هـد لانهما خرجا من المركز الى المحيط  
 فببرهان هـ من ا تكون زاوية هـاد مساوية لزاوية هـدا لكن زاوية هـدا  
 فرضناها قائمة فزاوية هـاد اذن قائمة فمثلث اهد فيه زاويتان  
 قائمتان وذلك غير ممكن لانه قد تبين ببرهان يز من ا ان كل  
 زاويتين من زوايا كل مثلث اذا جُمعتا اصغر من قائمتين فقد  
 تبين ان الخط القائم على نقطة د على زاوية قائمة يقع خارج  
 الدائرة فليقع مثل خط دز واقول ايضا انه لا يقع بينه وبين قوس  
 جاد خط اخر فان امكن فليقع مثل خط دح فين اجل ان زاوية  
 هـدز قائمة فيان زاوية هـدح اصغر من قائمة فقد يمكن اذن ان يخرج  
 الى خط دح من نقطة هـ خط قائم عليه على زوايا قائمة فلنخرج<sup>42 r.</sup>  
 خط هـط فين اجل ان زاوية هـطد اعظم من زاوية هـدط والزاوية

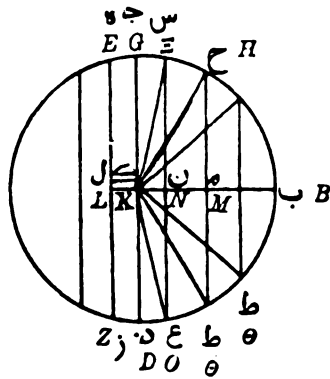
<sup>1)</sup> In margine clarius scriptum.

<sup>2)</sup> In codice: خطُ القطر والقطر

**Exemplificatio.** In circulum  $AB$  lineae  $GD$ ,  $EZ$ ,  $H\Theta$  cadunt, linea  $GD$  diametrus circuli est, linea  $EZ$  centro propior est quam linea  $H\Theta$ . Dico, maximam earum esse lineam  $GD$ , et lineam  $EZ$  maiorem esse linea  $H\Theta$ .

**Demonstratio.** Supposuimus, centrum esse punctum  $K$ , a quo ad duas lineas  $EZ$ ,  $H\Theta$  ex I, 12 duas perpendiculares  $KL$ ,  $KM$  ducimus. Iam quoniam linea  $EZ$  centro propior est quam linea  $H\Theta$ , perpendicularis  $KM$  perpendiculari  $KL$  maior est; a linea igitur  $KM$  ex I, 2 linea  $KN$  lineae  $KL$  aequali abscisa et per punctum  $N$  linea  $\Xi NO$  ex I, 31 lineae  $\Theta H$  parallela ducta, linea  $KN$  ad lineam  $\Xi O$  perpendicularis erit. Et quoniam linearum a centro distantiae inter se aequales sunt, perpendiculares ad lineas a centro ductae inter se aequales erunt, et quoniam perpendiculares inter se aequales sunt, lineae inter se aequales erunt,  $EZ = \Xi O$ .

Lineas  $K\Xi$ ,  $KO$ ,  $KH$ ,  $K\Theta$  ducimus. Quoniam in quouis triangulo bina latera coniuncta, ut fiant una linea, tertio latere maiora sunt, sicut in I, 20 demonstratum est, duo latera  $K\Xi$ ,  $KO$  coniuncta, ut fiant una linea, maiora sunt linea  $\Xi O$ . Sed  $K\Xi = KG$  et  $KO = KD$ ; itaque duae lineae  $K\Xi$ ,  $KO$  coniunctae, ut fiant una linea, diametro circuli, i. e. lineae  $GD$ , aequales erunt. Ergo  $GD > \Xi O$ . Sed  $\Xi O = EZ$ ; itaque linea  $GD$ , quae diametrus est, linea  $EZ$  maior erit.



Rursus quoniam duae lineae  $K\Xi$ ,  $KO$  duabus lineis  $KH$ ,  $K\Theta$  aequales sunt, quia a centro ad ambitum ductae sunt, et  $\angle \Xi KO > HK\Theta$ , ex I, 24 basis  $\Xi O$  basi  $H\Theta$  maior erit. Sed  $\Xi O = EZ$ ; itaque linea  $EZ$ , quae centro propior est, maior erit linea  $\Theta H$ , quae ab eo remotior est. Iam autem demonstrauius, diametrum circuli  $GD$  linea  $EZ$  maiorem esse. Ergo manifestum

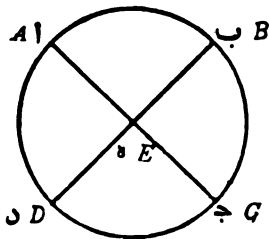


فإنّ الاعمدة التي تخرج الى الخطوط من المركز تكون متساوية واذا كانت الاعمدة متساوية فإن الخطوط متساوية فخط  $\overline{هز}$  مساو لخط  $\overline{سع}$  وتخرج خطوط  $\overline{كس}$   $\overline{كع}$   $\overline{كح}$   $\overline{كط}$  فمن اجل ان كل مثلث فان كل ضلعين من اضلاعه مجموعين لخط واحد اعظم من الضلع الثالث وذلك بين ببرهان ك من ا [ف] ضلعا  $\overline{كس}$   $\overline{كع}$  مجموعين لخط واحد اعظم من خط  $\overline{سع}$  لكن خط  $\overline{كس}$  مساو لخط  $\overline{كج}$  وخط  $\overline{كع}$  مساو لخط  $\overline{كد}$  فخطا  $\overline{كس}$   $\overline{كع}$  لخط واحد مساو لقطر الدائرة الذي هو خط  $\overline{جد}$  فخط  $\overline{جد}$  اذن اعظم من خط  $\overline{سع}$  لكن خط  $\overline{سع}$  مساو لخط  $\overline{هز}$  فخط  $\overline{جد}$  الذي هو القطر اعظم من خط  $\overline{هز}$  وايضا فمن اجل ان خطي  $\overline{كس}$   $\overline{كع}$  مساويان لخطي  $\overline{كح}$   $\overline{كط}$  لانهما خارجة من المركز الى المحيط وزاوية  $\overline{سكع}$  اعظم من زاوية  $\overline{حكط}$  فببرهان كد من ا تكون قاعدة  $\overline{سع}$  اعظم من قاعدة  $\overline{حط}$  لكن خط  $\overline{سع}$  مساو لخط  $\overline{هز}$  فخط  $\overline{هز}$  الاقرب الى المركز اعظم من خط  $\overline{طح}$  الابعد عنه وقد بينّا ان قطر الدائرة وهو  $\overline{جد}$  اعظم من خط  $\overline{هز}$  فقد ظهر انه اذا وقع في دائرة خطوط مستقيمة فاعظمها قطر الدائرة والباقيّة فما قُرب منها من مركز الدائرة اعظم ممّا بَعُد عنه وذلك ما اردنا ان نبين .:

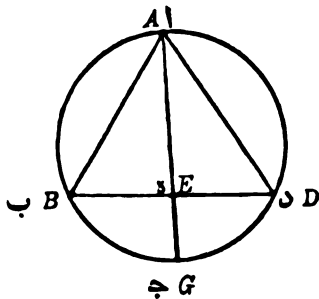
### الشكل الخامس عشر من المقالة الثالثة

كل دائرة يخرج من طرف قطرها خط مستقيم على زاوية قائمة فانه يقع خارج الدائرة ولا يقع بينه وبين الخط المحيط

$AG$ ,  $BD$  sit, hoc est in puncto  $E$ , aut in alio puncto. Iam si in puncto  $E$  cadit, inter duas lineas  $AG$ ,  $BD$  positum est, et solutum erit, quod quaerebatur. Sed iam demonstrauius, id in alterutra linearum  $AB$ ,  $GD$  non cadere.\*)



Si quis dixerit, hoc quoque supponi posse, duas lineas  $AB$ ,  $GD$  non intra circulum  $ABGD$  inter se secare, sed in ambitu eius concurrere, ut duae lineae  $AB$ ,  $AD$ , demonstrauius, centrum circuli  $ABGD$  inter duas lineas  $AB$ ,  $AD$  esse. Lineam  $BD$  ducimus eamque in puncto  $E$  in duas partes aequales diuidimus. [Linea]  $AE$  ad ambitum circuli ad punctum  $H$  [scr.  $G$ ] producta dico, centrum circuli in linea  $AG$  esse.



**Demonstratio.** Triangulus  $ABD$  aequicurius est; quare ex I, 5  $\angle ABD = \angle ADB$ . Lineam  $AB$  lineae  $AD$  aequalem supposuimus, et  $BE$  abscidimus [lineae]  $ED$  aequalem; duo igitur latera  $AD$ ,  $DE$  duobus lateribus  $AB$ ,  $BE$  aequalia sunt, et  $\angle B = \angle D$ . Itaque triangulus  $AED$  triangulo  $ABE$  aequalis est, et  $\angle AEB = \angle AED$ . Quare linea  $AG$  lineam  $BD$  transiens in puncto  $E$  in duas partes aequales et ad angulos rectos eam secat. Ergo ex III, 3 centrum circuli in linea  $AG$  erit. Q. n. e. d.

**Propositio XIV libri tertii.<sup>1)</sup>**

Linearum rectorum in circulum cadentium maxima est diameter circuli, ceterarum autem, quae centro propior est, remotiore maior.

\*) Haec non intellego; sed eadem habet Gherardus p. 128, 2--3.

<sup>1)</sup> In figura codicis desunt litterae ا, ع, ن. ط bis scriptum.

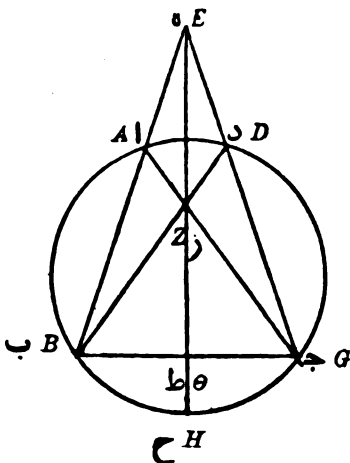
خطى  $\overline{اب}$   $\overline{اد}$  ونُخرج خط  $\overline{بَد}$  ونقسمه بنصفين على علامة  $\overline{ه}$  ونُخرج  $\overline{اه}$  ونُخرجه الى محيط الدائرة الى نقطة  $\overline{ح}$  فاقول ان مركز الدائرة على خط  $\overline{اج}$  برهانه ان مثلث  $\overline{ابَد}$  متساوي الساقين فحسب برهان  $\overline{ه}$  من  $\overline{ا}$  تكون زاوية  $\overline{ابَد}$  مساوية لزاوية  $\overline{ادب}$  وكنا فرضنا خط  $\overline{اب}$  مثل خط  $\overline{ان}$  وفصلنا  $\overline{بَه}$  مثل  $\overline{هَد}$  فضلعا  $\overline{ان دَه}$  مثل ضلعي  $\overline{اب بَه}$  وزاوية  $\overline{ب}$  مثل زاوية  $\overline{د}$  فمثلث  $\overline{اهد}$  مثل مثلث  $\overline{ابه}$  وزاوية  $\overline{اهب}$  مثل زاوية  $\overline{اهد}$  فقد جاز خط  $\overline{اج}$  على خط  $\overline{بَد}$  وقسمه بنصفين على نقطة  $\overline{ه}$  وعلى زوايا قائمة فحسب برهان  $\overline{ج}$  من  $\overline{ج}$  فانه على خط  $\overline{اج}$  يكون مركز الدائرة وذلك ما اردنا ان نبين .

#### الشكل الرابع عشر من المقالة الثالثة

الخطوط المستقيمة الواقعة في دائرة اعظمها قطر الدائرة والباقيّة  
فما كان منها اقرب الى المركز فهو اعظم مما بعد عنه مثله ان  
دائرة  $\overline{اب}$  وقع فيها خطوط  $\overline{جَد}$   $\overline{هز}$   $\overline{ح ط}$  وخط  $\overline{جَد}$  قطر الدائرة وخط  
 $\overline{هز}$  اقرب الى المركز من خط  $\overline{ح ط}$  فاقول ان اعظمها خط  $\overline{جَد}$  وخط  
 $\overline{هز}$  اعظم من خط  $\overline{ح ط}$  برهانه انا نُنزل ان المركز نقطة  $\overline{ك}$  ونُخرج <sup>41 u.</sup>  
منها الى خطى  $\overline{هز}$   $\overline{ح ط}$  عمودى  $\overline{كل كم}$  كما بيّنا اخراجهما ببرهان  
يب من  $\overline{ا}$  فين اجل ان خط  $\overline{هز}$  اقرب الى المركز من خط  $\overline{ح ط}$  فان  
عمود  $\overline{كل كم}$  اعظم من عمود  $\overline{كل كم}$  فنفصل من خط  $\overline{كل كم}$  مثل خط  
 $\overline{كل}$  كما بيّن ببرهان  $\overline{ب}$  من  $\overline{ا}$  وليكن خط  $\overline{كن}$  ونُجيز على نقطة  
ن خط  $\overline{سن ع}$  موازياً لخط  $\overline{طح}$  كما بيّن ببرهان  $\overline{لا}$  من  $\overline{ا}$  فخط  $\overline{كن}$   
عمود على خط  $\overline{س ع}$  واذا كانت ابعاد الخطوط من المركز متساوية

$EA$  aequalis est. Rursus quoniam ex I, 32<sup>1)</sup>  $\angle EAG = EDB$ , et duo latera  $ED, DZ$  duobus lateribus  $EA, AZ$  aequalia sunt, ex I, 4 erit  $\angle DEZ = AEZ$ . Erat autem  $EB = EG$ .<sup>2)</sup> Et iam demonstratum est, angulum  $BE\theta$  angulo  $GE\theta$  aequalem esse; linea igitur  $E\theta$  communi sumpta duo latera  $EG, E\theta$  duobus lateribus  $BE, E\theta$  aequalia erunt. Et  $\angle [G]E\theta = BG\theta$  [scr.  $BE\theta$ ]; itaque basis  $B\theta$  basi  $G\theta$  aequalis erit, et  $\angle E\theta B = E\theta G$ . Quare recti sunt. Itaque linea  $BG$  in circulo  $ABGD$  posita est, et linea  $E\theta$  eam secans in duas partes aequales et ad angulos rectos eam secat. Ergo ex III, 3 centrum circuli in linea  $EZ$  [scr.  $EH$ ] posita est. Q. n. e. d.

Dixit etiam: Si quis dixerit, duas lineas inter se aequales intra circulum  $ABGD$  in puncto  $E$  inter se secare, ut duae lineae  $AG, BD$ , dicimus, fieri posse, ut centrum aut in communi sectione duarum linearum



<sup>1)</sup> In margine est: قلت انا ويمكن ان يبرهن بوجه اخر احسن من هذا وهو ان زاوية هـ جـ ا مساوية لزاوية هـ بـ د و ضلع ا جـ قد تبين انه مثل ضلع د بـ ونجعل زاوية د هـ ا مشتركة فيبرهان كو من ا يكون ضلع هـ د مثل ضلع هـ ا ثم نجعل هـ ز مشتركا و د ز قد تبين انه مثل ا ز فيبرهان ح من ا تكون زاوية د هـ ز مثل زاوية ا هـ ز ع

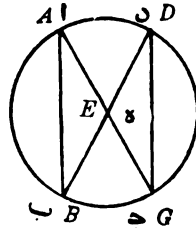
Dico, hoc alio modo pulchriore demonstrari posse. Nam quoniam  $\angle EGA = EBD$ , et iam demonstratum est, latus  $AG$  lateri  $DB$  aequale esse, angulo  $DEA$  communi sumpto ex I, 26 latus  $ED$  lateri  $EA$  aequale erit. Deinde  $EZ$  communem sumimus, et iam demonstratum est,  $DZ$  aequalem esse  $AZ$ . Itaque ex I, 8  $\angle DEZ = AEZ$ .

<sup>2)</sup> In textu: Ergo  $EB = EG$ .

دج اب المتساويان وقد تبين ان زاوية دجا مثل زاوية دبا فان زاوية دجب باسرها مساوية لزاوية ابد باسرها فاذن بحسب برهان و من ا يكون مثلث دج ب متساوي الساقين ساق دج مثل ساق هب وقد فرضنا دج مثل اب فيكون هن الباقي مثل ه ا وايضا من اجل ان زاوية هاج مساوية لزاوية ه دب وذلك بحسب برهان لب من ا وضلعا ه د دز مثل ضلعي ه ا ؛ز فبحسب برهان د من ا تكون زاوية دهز مساوية لزاوية اهز فخط هب اذن مساو لخط هج وزاوية ب ه ط قد تبين انها مساوية لزاوية [ج ه ط] وناخذ خط ه ط مشتركا وضلعا ج ه ه ط مساويان لضلعي ب ه ه ط وزاوية [ج ه ط] مساوية لزاوية ب ج ط فقاعدة ب ط مساوية لقاعدة ج ط وزاوية ه ط ب مساوية لزاوية ه ط ج فهما اذن قائمتان فخط ب ج قد وقع في دائرة ا ب د وقد جاز عليه خط ه ط وقسمه بنصفيين وعلى زوايا قائمة فبحسب برهان ج من ج فان على خط ه ز يكون مركز الدائرة وذلك ما اردنا ان نبين . . . وقال ايضا فان قال قائل ان المحطين المتساويين يتقاطعان داخل دائرة ا ب د على علامة ه كخطي ا ج ب د (المشترك)<sup>1)</sup> فاننا نقول ان المركز لا يخلو من ان يكون على تقاطع خطي ا ج ب د المشترك لهما اعنى علامة ه او على غيرها فان وقع على علامة ه فهو اذن بين خطي ا ج ب د وقد اخذ المطلوب وقد بينا انه لا يقع على احد خطي ا ب ج د فان قال قائل انا افرض خطي ا ب ج د غير متقاطعين في داخل دائرة ا ب د لكن متلاقين على محيطها كخطي ا ب ا د فاننا نبين ان مركز دائرة ا ب د بين

<sup>1)</sup> A librario erasum.

terni inter se aequales sunt,  $\angle A = G$  et  $\angle D = B$ . Et basis  $AB$  basi  $DG$  aequalis; itaque ex I, 26 latus  $AE$  lateri  $EG$  aequale est et latus  $EG$  [scr.  $EB$ ] lateri  $ED$ . Duae igitur lineae  $AG$ ,  $BD$  in binas partes aequales inter se secant in puncto  $E$ . Itaque ex III 4 sequitur, centrum circuli in duabus lineis  $AG$ ,  $DB$  esse. Ergo centrum punctum  $E$  erit. Q. n. e. d.



Rursus supponamus, duas lineas  $AB$ ,  $GD$  parallelas non esse. Eas in directum producimus, donec concurrant, concurrantque in puncto  $E$ . Ductis duabus lineis  $AG$ ,  $BD$ , quae in puncto  $Z$  inter se secant, lineam  $EZH$  ducimus. Dico, centrum circuli in linea  $EH$  esse.

Demonstratio. Quoniam angulus  $BAG$  angulo  $BDG$  aequalis est, quia in eodem segmento positi sunt, et idem arcus, scilicet arcus  $BDG$  (scr.  $BHG$ ) iis oppositus est — eiusmodi enim propositionibus demonstratio perficitur, etiam si postea demum explicatae sunt, quia in ea [III, 20 nostri, in Graecis III, 21] demonstranda nihil adhibetur eorum, quae hanc propositionem [13] sequuntur, nec haec propositio inter elementa illius est, sed elementa illius e libro primo primaque propositione huius libri petita sunt. Qua de causa Hero, cum hae dubitationes ei solvendae essent, propositionem XX huius libri ante hanc XIII collocauit et sic dicit: Quoniam  $\angle BAG = BDG$ , et  $\angle ABD = AGD$ , quoniam uterque in segmento  $ABGD$  positus est, et iis idem arcus, scilicet arcus  $AD$ , oppositus est, et latus  $AB$  lateri  $GD$  aequale est, ex I, 26 linea  $AZ$  lineae  $ZD$  aequalis erit. Rursus, quoniam  $\angle DBG = AGB$ , quoniam in segmento  $DGB$  positi sunt, et duo arcus  $DG$ ,  $AB$  inter se aequales iis oppositi sunt, et iam demonstratum est, angulum  $DGA$  angulo  $DBA$  aequalem esse, totus angulus  $DGB$  toti angulo  $ABG$  aequalis erit. Itaque ex I, 6 triangulus  $EGB$  aequicrurius est, et  $EG = EB$ . Supponimus autem, esse  $DG = AB$ . Ergo quae relinquitur,  $ED$  lineae

بخطى  $\overline{ا ب}$  فالزوايا المتبادلة اذن متساوية فزاوية  $\overline{ا}$  مساوية لزاوية  $\overline{ج}$  وزاوية  $\overline{د}$  مساوية لزاوية  $\overline{ب}$  وقاعدة  $\overline{ا ب}$  مساوية لقاعدة  $\overline{د ج}$  فبحسب برهان  $\overline{ك م}$  من  $\overline{ا}$  يكون ضلع  $\overline{ا ه}$  مساويا لضلع  $\overline{ه ج}$  وضلع  $\overline{ه ج}$  مساويا لضلع  $\overline{ه د}$  فخطا  $\overline{ا ج}$   $\overline{ب د}$  تقاطعا على انصافهما على نقطة  $\overline{ه}$  فبين ببرهان  $\overline{د م ج}$  ان مركز الدائرة على خطى  $\overline{ا ج}$   $\overline{ب د}$  فالمركز اذن نقطة  $\overline{ه}$  وذلك ما اردنا ان نبين . ونزل ايضا ان خطى  $\overline{ا ب}$   $\overline{ج د}$  غير متوازيين وخرجهما على استقامة حتى يلتقيا فليلتقيا على نقطة  $\overline{ه}$  ونخرج خطى  $\overline{ا ج}$   $\overline{ب د}$  يتقاطعان على نقطة  $\overline{ز}$  ونخرج خط  $\overline{ه ز}$  فاقول ان مركز الدائرة على خط  $\overline{ه ج}$  برهانه من اجل ان زاوية  $\overline{ب ا ج}$  مساوية لزاوية  $\overline{ب د ج}$  لانهما في قطعة واحدة وتوترهما قوس واحدة وهى قوس  $\overline{ب د ج}$  ومثل هذه الاشكال يستشهد بها وان كانت مرسومة من بعد لانه<sup>1)</sup> ليس فيها مقدمات تتلو هذا الشكل ولا هذا الشكل من الاوائل لذلك الشكل لكن اوائل ذلك الشكل مأخوذة من المقالة الاولى ومن الشكل الاول من هذه المقالة فمن اجل ذلك لما احتاج ايرن الى حل هذه الشكوك جعل الشكل العشرين من هذه المقالة او لا لهذا الشكل الثالث عشر فقال من اجل ان زاوية  $\overline{ب ا ج}$  مساوية لزاوية  $\overline{ب د ج}$  وزاوية  $\overline{ا ب د}$  مساوية لزاوية  $\overline{ا ج د}$  لانهما ايضا في قطعة  $\overline{ا ب ج د}$  وتوترهما قوس واحدة وهى قوس  $\overline{ا د}$  وضلع  $\overline{ا ب}$  مساو لضلع  $\overline{ج د}$  فانه بحسب برهان  $\overline{ك م}$  من  $\overline{ا}$  يكون خط  $\overline{ا ز}$  مساويا لخط  $\overline{ز د}$  وايضا من اجل ان زاوية  $\overline{ا ب ج}$  مساوية لزاوية  $\overline{ا ج د}$  لانهما في قطعة  $\overline{ا ب ج د}$  وتوترهما قوسا

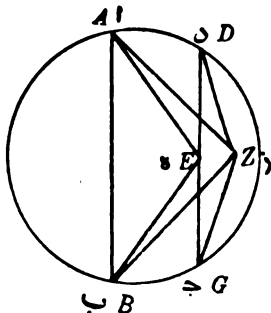
<sup>1)</sup> In margine clarius scriptum.

trum huius circuli inter duas lineas  $AB$ ,  $GD$  non cadat. Nam si fieri potest, prius in duabus lineis  $AB$ ,  $GD$  cadat, et supponimus, id in linea  $GD$  in puncto  $E$  cadere. Duas lineas  $EA$ ,  $EB$  ducimus. Quoniam punctum  $E$  centrum est, linea  $AE$  lineae  $ED$  aequalis erit et  $BE = EG$ . Sed ex I, 20 summa duarum linearum  $AE$ ,  $EB$  coniunctarum maior erit quam linea  $AB$ . Itaque linea  $GD$  linea  $AB$  maior erit. At eas inter se aequales supposuimus. Quod absurdum est.

Eodem modo demonstramus, fieri non posse, ut in linea  $AB$  cadat. Ergo centrum circuli  $ABGD$  in alterutra linearum  $AB$ ,  $GD$  non cadit.

Rursus dico, id extra alterutram linearum  $AB$ ,  $GD$  non cadere. Nam si fieri potest, extra lineam  $GD$  cadat, et supponimus, id esse punctum  $Z$ .

Lineas  $ZD$ ,  $ZG$ ,  $ZA$ ,  $ZB$  ducimus. Quoniam punctum  $Z$  centrum est circuli, lineae ab eo ad ambitum ductae inter se aequales sunt; itaque duae lineae  $ZA$ ,  $ZB$  duabus lineis  $ZD$ ,  $ZG$  aequales sunt. Et basis  $AB$  basi  $DG$  aequalis est; itaque ex I, 8 angulus  $AZB$  angulo  $DZG$  aequalis est, minor maiori. Quod absurdum est.



Eodem modo demonstrabimus, fieri non posse, ut extra lineam  $AB$  cadat.

Ergo iam demonstratum est, centrum circuli  $ABGD$  non cadere nisi in spatium inter duas lineas  $AB$ ,  $GD$  positum. Q. n. e. d.

Hero etiam reductione in absurdum non adhibita demonstravit, centrum circuli  $ABGD$  inter duas lineas inter se aequales  $AB$ ,  $GD$  cadere. Dixit enim, fieri non posse, quin duae lineae  $AB$ ,  $GD$  aut inter se parallelae sint aut non parallelae. Prius supponamus, eas inter se parallelas esse. Duas lineas  $AB$ ,  $DG$  duabus lineis  $AG$ ,  $DB$  coniungimus; quare anguli al-



يقع بين خطي<sup>1)</sup>  $\overline{أب}$  و  $\overline{ج د}$  ورسم لذلك صورة دائرة  $\overline{أب ج د}$  واخرج فيها خطي  $\overline{أب ج د}$  وهما متساويان فقال ان مركز هذه الدائرة يقع بين خطي  $\overline{أب ج د}$  لا يمكن غيره فان امكن فليقع أولاً على خطي  $\overline{أب ج د}$  فننزل أنه قد وقع على خط  $\overline{ج د}$  على نقطة  $ه$  ونخرج خطي  $ه أ ه ب$  فمن اجل ان نقطة  $ه$  مركز  $\overline{أب}$  فان خط  $ه أ$  مساو لخط  $ه ب$  وخط  $ه ب$  مساو لخط  $ه ج$  لكن بحسب برهان  $ك$  من  $ا$  فان مجموع خطي  $ه أ ه ب$  كخط واحد اعظم من خط  $\overline{أب}$  فخط  $\overline{ج د}$  اذن اعظم من خط  $\overline{أب}$  وكنا فرضناهما متساويين هذا خلف وبمثل هذا يتبين انه ولا يمكن ان يقع على خط  $\overline{أب}$  فاذن ليس مركز دائرة  $\overline{أب ج د}$  على احد خطي  $\overline{أب ج د}$  فان امكن فليكن خارجاً عن خط  $\overline{ج د}$  وننز [ل اذ]ه نقطة  $ز$  ونخرج خطوط  $ز د ز ج ز أ (ز ا) ز ب$  فمن اجل ان نقطة  $ز$  مركز الدائرة فان الخطوط الخارجة منها الى المحيط متساوية فخطا  $ز أ ز ب$  مثل خطي  $ز د ز ج$  وقاعدة  $\overline{أب}$  مساوية لقاعدة  $\overline{د ج}$  فبحسب برهان  $ح$  من  $ا$  تكون زاوية  $أ ز ب$  مساوية لزاوية  $د ز ج$  الاصغر مساوية للاعظم هذا خلف وبمثل هذا البرهان يتبين انه غير ممكن ان يقع ايضا خارج خط  $\overline{أب}$  فقد تبين ان مركز دائرة  $\overline{أب ج د}$  ليس يقع الا فيما بين خطي  $\overline{أب ج د}$  وذلك ما اردنا ان نبين : . ويتبين ايضا ايضاً ان مركز دائرة  $\overline{أب ج د}$  يقع بين خطي  $\overline{أب ج د}$  المتساويين بغير طريق الخلف فقال ليس يخلو من ان يكون خطا  $\overline{أب ج د}$  متوازيين او غير متوازيين فلننزل انهما متوازيان أولاً ونصل بين خطي  $\overline{أب ج د}$

<sup>1)</sup> Supra in margine clarius scriptum.

ad duas lineas  $GD$ ,  $EZ$  perpendiculares sunt; quare distantiae sunt duarum linearum  $GD$ ,  $EZ$  a puncto  $H$ , quod centrum circuli  $AB$  est. Ergo duarum linearum  $GD$ ,  $EZ$  a centro distantiae inter se aequales sunt. Q. n. e. d.

Dico etiam, duas lineas  $GD$ ,  $EZ$ , si earum a centro distantiae aequales sint, inter se aequales esse.

Demonstratio. Quoniam linearum a centro distantiae ad lineas perpendiculares sunt, et duae lineae  $H\Theta$ ,  $HK$  a centro ductae ad duas lineas  $GD$ ,  $EZ$  perpendiculares sunt, distantiae sunt linearum et inter se aequales. Et quoniam duae lineae  $H\Theta$ ,  $HK$  a puncto  $H$ , quod centrum est, ad duas lineas  $GD$ ,  $EZ$  ductae eas ad angulos rectos secant, ex III, 3 utraque duas lineas  $GD$ ,  $EZ$  in duas partes aequales ad duo puncta  $\Theta$ ,  $K$  secat; itaque  $DG = 2 G\Theta$  et  $ZE = 2 KE$ . Iam quoniam uterque angulus  $H\Theta G$ ,  $HKE$  rectus est, ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum  $G\Theta$ ,  $\Theta H$  quadrato lineae  $HG$  aequalis est, et eodem modo summa duorum quadratorum duarum linearum  $HK$ ,  $KE$  quadrato lineae  $HE$  aequalis est. Et quoniam duae lineae  $HG$ ,  $HE$  inter se aequales sunt, quippe quae a centro ad ambitum ductae sint, summa duorum quadratorum duarum linearum  $H\Theta$ ,  $\Theta G$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $HK$ ,  $KE$  aequalis erit. Sed quadratum lineae  $H\Theta$  quadrato lineae  $HK$  aequale est; quibus subtractis relinquitur quadratum lineae  $\Theta G$  quadrato lineae  $KE$  aequale; itaque  $\Theta G = KE$ . Sed iam demonstraui, lineam  $DG$  linea  $\Theta G$  duplo maiorem esse et lineam  $ZE$  linea  $KE$  duplo maiorem esse. Quae autem magnitudinibus aequalibus duplo maiora sunt, inter se aequalia sunt. Ergo  $DG = ZE$ . Q. n. e. d.

Hero in additamentis ad hanc propositionem demonstrauit, centrum circuli inter duas lineas  $EZ$ ,  $GD$  cadere ideoque circulum  $ABGD$  delineauit et in eo duas lineas  $AB$ ,  $GD$  ita duxit, ut inter se aequales essent. Dixit igitur, fieri non posse, ut cen-

وهما عمودان على خطي  $\overline{ج د}$   $\overline{ه ز}$  فهما اذن  $\overline{ب ع}$  خطي  $\overline{ج د}$   $\overline{ه ز}$  من نقطة  $\overline{ح}$  التي هي مركز دائرة  $\overline{أ ب}$   $\overline{ب ع}$  خطي  $\overline{ج د}$   $\overline{ه ز}$  من المركز متساويان وذلك ما اردنا ان نبين . . واقول ايضا اذا كان  $\overline{ب ع}$  خطي  $\overline{ج د}$   $\overline{ه ز}$  من المركز  $\overline{ب ع}$  متساويا فانهما متساويان . . برهانه من اجل ان الابعاد التي للخطوط من المركز هي اعمدة على الخطوط وخطا  $\overline{ح ط}$   $\overline{ح ك}$  قد خرجا من المركز وهما عمودان على خطي  $\overline{ج د}$   $\overline{ه ز}$  فهما اذن البعدان وهما متساويان فين اجل ان خطي  $\overline{ح ط}$   $\overline{ح ك}$  خرجا من نقطة  $\overline{ح}$  التي هي المركز الى خطي  $\overline{ج د}$   $\overline{ه ز}$  وقطعاهما على زوايا قائمة فبحسب برهان  $\overline{ج د}$   $\overline{ه ز}$  فان كل واحد منهما يقطع خطي  $\overline{ج د}$   $\overline{ه ز}$  بنصفين على نقطتي  $\overline{ط ك}$   $\overline{ف ح}$   $\overline{د ج}$  مثلا خط  $\overline{ج ط}$  وخط  $\overline{ه ز}$  مثلا خط  $\overline{ك ه}$  فلان زاويتي  $\overline{ح ط ج}$   $\overline{ك ه د}$  كل واحدة منهما قائمة فان بحسب برهان  $\overline{م ا}$  يكون مجموع مربعي خطي  $\overline{ج ط}$   $\overline{ط ح}$  مساويا لمربع خط  $\overline{ج ح}$  وكذلك مجموع مربعي خطي  $\overline{ح ك}$   $\overline{ك ه}$  مساو لمربع خط  $\overline{ح ه}$  ولان خطي  $\overline{ج ح}$   $\overline{ح ه}$  متساويان لانهما خرجا من المركز الى المحيط يكون مجموع مربعي خطي  $\overline{ح ط}$   $\overline{ط ج}$  مساويا لمجموع مربعي خطي  $\overline{ح ك}$   $\overline{ك ه}$  لكن مربع خط  $\overline{ح ط}$  مساو لمربع خط  $\overline{ح ك}$  فاذا اسقطناهما بقى مربع خط  $\overline{ط ج}$  مساويا لمربع خط  $\overline{ك ه}$  فخط  $\overline{ط ج}$  اذن مساو لخط  $\overline{ك ه}$  وكنا بينا ان خط  $\overline{د ج}$  ضعف خط  $\overline{ط ج}$  وخط  $\overline{ه ز}$  ضعف خط  $\overline{ك ه}$  فالاشياء التي هي اضعاف متساوية لاشياء متساوية فهي متساوية فخط  $\overline{د ج}$  اذن مساو لخط  $\overline{ه ز}$  وذلك ما اردنا ان نبين . .

اما زيادة ايزن في هذا الشكل فانه بين ان مركز الدائرة 40 u.

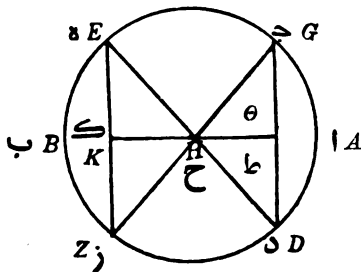
si fieri potest, ut punctum  $Z$  cadat. Itaque una linea recta  $AHZG$  ambitum circuli  $AEGZ$  in pluribus punctis quam duobus secat, scilicet in punctis  $A, Z, G$ . Quod fieri non potest. Itaque ne hoc quidem fieri potest, ut centrum circuli  $ABGD$  in ambitum circuli  $AEGZ$  cadat. Sed iam demonstrauius, id extra eum non cadere. Ergo intra cadet, ut geometra dixit.\*) Q. n. e. d.

### Propositio XIII libri tertii.

In circulo linearum inter se aequalium a centro distantiae inter se aequales sunt, et lineae, quarum a centro distantiae inter se aequales sunt, inter se aequales sunt.

Exemplificatio. In circulo  $AB$  duae lineae  $GD, EZ$  inter se aequales positae sunt. Dico, earum a centro distantias inter se aequales esse.

Demonstratio. Centro circuli ex III, 1 sumpto, quod sit punctum  $H$ , lineas  $HG, HD, HE, HZ$  ducimus. A puncto  $H$  ad duas lineas  $GD, EZ$  ex I, 12 duas lineas  $H\theta, HK$  perpendiculares ducimus. Quoniam in circulo  $AB$  duae lineae  $GD, EZ$  positae sunt, et a centro ad eas duae perpendiculares  $H\theta, HK$  ductae sunt, ex III, 3 manifestum est, eas duas lineas  $GD, EZ$  in binas partes aequales secare; itaque  $\theta G = \theta D$  et  $EK = KZ$ . Iam quoniam  $HG = HE$  et  $DG = ZE$  et basis  $HD$  basi  $HZ$  aequalis, ex I, 8 angulus  $DGH$  angulo  $ZEH$  aequalis erit. Et quoniam linea  $GD$  lineae  $EZ$  aequalis est, rursus illae duae [h. e. dimidia] inter se aequales sunt; itaque linea  $G\theta$  lineae  $EK$  aequalis est. Et  $HG = HE$ , demonstratum est autem, angulum  $\theta GH$  angulo  $HEK$  aequalem esse; ex I, 4 igitur basis  $H\theta$  basi  $HK$  aequalis erit. Quae



\*) Supra p. 53.

ممکن اذن ان يقع مركز دائرة  $\overline{أبجد}$  على محيط دائرة  $\overline{أهزج}$  وقد  
كتنا بينا انه لا يقع ايضا خارجها فاذن يقع داخلها كما قال  
الرياضي وذلك ما اردنا ان نبين .:

### الشكل الثالث عشر من المقالة الثالثة

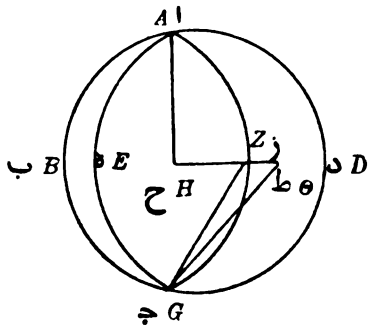
الخطوط المتساوية في دائرة فان بُعدها من المركز متساو  
والخطوط التي بُعدها من المركز متساو هي متساوية مثاله انه وقع  
في دائرة  $\overline{أب}$  خطا  $\overline{ج د ه ز}$  وهما متساويان فاقول ان بُعدهما من  
المركز متساو ببرهانه انا نستخرج مركز الدائرة كما بين اخراجه  
ببرهان  $\overline{ا}$  من  $\overline{ج}$  وليكن نقطة  $\overline{ح}$  ونخرج خطوط  $\overline{ح ج د ح ه ح ز}$   
ونخرج من نقطة  $\overline{ح}$  الى خطي  $\overline{ج د ه ز}$  عمودي  $\overline{ح ط ح ك}$  كما بين  
اخراجهما ببرهان يب من  $\overline{ا}$  فمن اجل انه وقع في دائرة  $\overline{أب}$  خطا  
 $\overline{ج د ه ز}$  وقد خرج من المركز اليهما عمودا  $\overline{ح ط ح ك}$  فبين ببرهان  
 $\overline{ج}$  من  $\overline{ج}$  انها يقطعان خطي  $\overline{ج د ه ز}$  بنصفين فخط  $\overline{ط ج}$  مثل خط  
 $\overline{ط د}$  وه  $\overline{ك ز}$  مثل  $\overline{ك د}$  فمن اجل ان ضلع  $\overline{ح ج}$  مثل ضلع  $\overline{ح ه}$  وضلع  
 $\overline{د ج}$  مثل ضلع  $\overline{ز ه}$  وقاعدة  $\overline{ح د}$  مساوية لقاعدة  $\overline{ح ز}$  فانه بحسب برهان  
 $\overline{ج}$  من  $\overline{ا}$  تكون زاوية  $\overline{د ج ح}$  مساوية لزاوية  $\overline{ز ه ح}$  ومن اجل ان خط  
 $\overline{ج د}$  مثل خط  $\overline{ه ز}$  فان ايضا فهما متساوية فخط  $\overline{ح ط}$  اذن مساو لخط  
 $\overline{ه ك}$  و  $\overline{ح ج}$  مثل  $\overline{ح ه}$  وقد تبين ان زاوية  $\overline{ط ج ح}$  مساوية لزاوية  $\overline{ح ه ك}$   
فبحسب برهان  $\overline{د}$  من  $\overline{ا}$  تكون قاعدة  $\overline{ح ط}$  مساوية لقاعدة  $\overline{ح ك}$ <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> In codice: مساوية لزاوية لقاعدة

triangulum  $EBG$  positus est, ex I, 16 angulus  $EBA$  maior est angulo  $EGB$ . Sed ex I, 5 erit  $\angle EBA = EAB$ ; quare  $\angle EAB > EGB$ . Quoniam autem  $EG = EA$ , ex I, 5 erit  $\angle EAB = EGB$ . At maior erat. Quod absurdum est neque fieri potest. Ergo linea recta ambitum circuli in pluribus punctis quam duobus non secat. Q. n. e. d.

Si quis dixerit: Fieri potest, ut centrum circuli in linea  $AB$  sit, concedamus, id fieri posse, sitque in puncto  $Z$ . Iam quoniam punctum  $Z$  centrum est circuli  $ABGD$ , erit  $AZ = ZB$ , et rursus  $ZA = ZBG$ . Quare linea  $ZBG$  lineae  $ZB$  aequalis erit, linea  $GBZ$  maior lineae  $ZB$  minori aequalis. Quod fieri non potest. Ergo linea recta ambitum circuli in pluribus punctis quam duobus non secat. Q. n. e. d.

Rursus Hero dixit ad propositionem XII. Si fieri potest, ut duo circuli in pluribus punctis quam in uno inter se contingant, duo circuli  $ABGD$ ,  $AEGZ$  intra contingant inter se in pluribus punctis quam in uno, uelut in duobus punctis  $A$ ,  $G$ . Ex III, 1 centrum circuli  $AEGZ$  sumimus, quod sit punctum  $H$ , et centrum circuli  $ABGD$ , quod extra circumulum  $AEGZ$  in puncto  $\Theta$  positum supponimus. Dicimus, centrum extrinsecus non cadere. Nam si fieri potest, duo puncta  $H$ ,  $\Theta$ , quae duo centra sunt, linea  $H\Theta$  coniungimus. Ex III, 11 igitur manifestum est, lineam  $H\Theta$  in utramque partem simul productam per punctum contactus transire; quare per duo puncta  $A$ ,  $G$  transibit. Itaque eam ita ducamus, ut positio eius lineae eadem fiat ac positio lineae  $AHZ\Theta G$ . Linea igitur  $AHZ\Theta G$  circumulum  $AEGZ$  in pluribus punctis quam duobus secat. Quod fieri non posse, iam demonstraui. Itaque centrum circuli  $ABGD$  extra circumulum  $AEGZ$  non cadit. Eodem modo demonstrabimus, id in arcum  $AZG$  non cadere. Nam



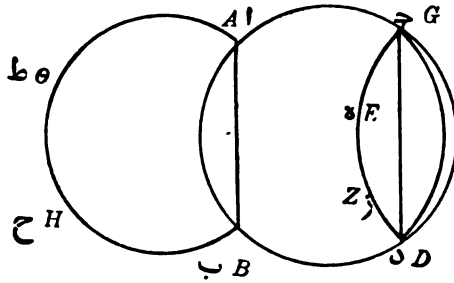
خط  $\overline{اب}$  فعند ذلك نقول أنه ان امكن فليكن على علامة  $\overline{ز}$  فمن اجل ان علامة  $\overline{ز}$  مركز دائرة  $\overline{ابجد}$  فان خط  $\overline{از}$  مساو لخط  $\overline{زب}$  وايضا فان خط  $\overline{زا}$  مساو لخط  $\overline{زب}$  فخط  $\overline{زب}$  اذن مساو لخط  $\overline{زب}$  فاذن خط  $\overline{جب}$  الاعظم مساو لخط  $\overline{زب}$  الاصغر وذلك غير ممكن فاذن خط مستقيم لا يقطع محيط دائرة على اكثر من علامتين وذلك ما اردنا ان نبين .:

قال ايرن ايضا في الشكل الثاني عشر ان امكن ان تتماس 40 r. دائرتان على اكثر من علامة واحدة فلتتماس دائرتا  $\overline{ابجد}$ <sup>1)</sup>  $\overline{اهجز}$  من داخل على اكثر من علامة اعنى على علامتي  $\overline{ا}$   $\overline{ج}$  ولنستخرج مركز دائرة<sup>1)</sup>  $\overline{اهجز}$  كما بين اخراجه ببرهان  $\overline{ا}$  من  $\overline{ج}$  وليكن نقطة  $\overline{ح}$  ومركز دائرة  $\overline{ابجد}$  وننزل انه خارج دائرة  $\overline{اهجز}$  على علامة  $\overline{ط}$  فنقول ان المركز لا يقع خارجا فان امكن فانا نصل بين نقطتي  $\overline{ح}$   $\overline{ط}$  اللتين هما المركزان بخط  $\overline{حط}$  فمن البين بحسب برهان  $\overline{يا}$  من  $\overline{ج}$  ان خط  $\overline{حط}$  اذا اخرج في جهتيه جميعا فانه يجوز على مواضع المماسة فهو اذن يجوز على نقطتي  $\overline{ا}$   $\overline{ج}$  فلنخرجه فيصير اذن وضع هذا الخط كوضع خط  $\overline{احزط}$  فخط  $\overline{احزط}$  يقطع دائرة  $\overline{اهجز}$  على اكثر من علامتين وقد بينا ان ذلك غير ممكن فليس يقع [مركز] دائرة  $\overline{ابجد}$  خارج دائرة  $\overline{اهجز}$  وبمثل هذا نبين انه لا يقع على قوس  $\overline{از}$  فان [امكن] فليكن مثل نقطة  $\overline{ز}$  فخط  $\overline{احزط}$  خط واحد مستقيم يقطع محيط دائرة  $\overline{اهجز}$  على اكثر من علامتين اعنى على علامات  $\overline{ا}$   $\overline{ز}$   $\overline{ج}$  وذلك غير ممكن فغير

1-1) Haec uerba in margine addita sunt.

$GZ$  multo maior est [linea]  $ZD$ .

Rursus punctum  $Z$  centrum circuli  $GD$  supponimus. Linea  $ZG$  igitur lineae  $ZD$  aequalis est, ita ut maior linea  $ZG$  lineae  $ZD$  minori aequalis fiat. Quod absurdum est



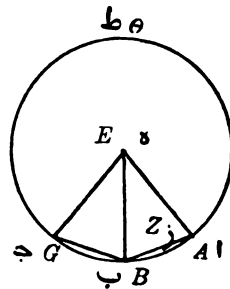
neque fieri potest. Ergo fieri non potest, ut circulus circulum nisi in uno puncto contingat.

Ita igitur res se habet, ubi intra se contingunt. Iam uero demonstrabimus, etiam si extrinsecus contingant, fieri non posse, ut inter se contingant nisi in uno puncto.

Demonstratio. Nam si fieri potest, ut circulus  $AB$  circulum  $H\Theta$  in pluribus punctis contingat, in duobus punctis  $A, B$  inter se contingant. Iam quoniam in ambitu circuli  $AB$  duo puncta  $A, B$  sunt, ex III, 2 manifestum est, lineam rectam duo puncta  $A, B$  coniungentem intra circulum  $AB$  cadere. Cadat igitur ut linea  $AB$ . Et quoniam duo puncta  $A, B$  in ambitu circuli  $H\Theta$  sunt, ex III, 2 linea recta ea coniungens intra circulum  $H\Theta$  cadit. At extrinsecus cadit. Quod absurdum est neque fieri potest. Ergo duo circuli extrinsecus inter se non contingunt nisi in [uno] puncto. Q. n. e. d.

Hero dixit. Propositionem praeuiam praemittimus, qua in propositione XII opus est.

Linea recta ambitum circuli in pluribus punctis quam duobus non secat. Nam si fieri potest, linea recta  $AG$  circulum  $DAG$  in pluribus punctis quam duobus secet, uelut in punctis  $A, B, G$ . Centrum circuli ex III, 1 sumimus, sitque punctum  $E$ . Lineas  $EA, EB, EG$  ducimus. Quoniam linea  $ABG$  una linea recta est, et angulus  $EBA$  extra





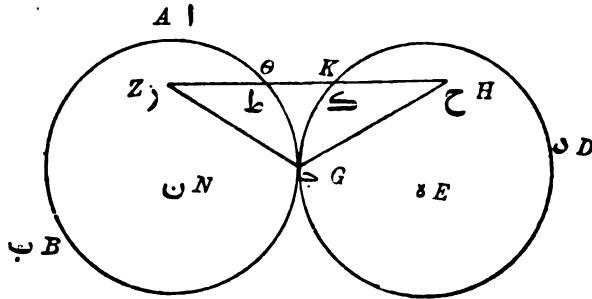
فمن اجل ان على محيط دائرة  $\overline{اب}$  نقطتي  $\overline{اب}$  فمن الظاهر بحسب برهان  $\overline{ب}$  من  $\overline{ج}$  ان الخط المستقيم الذي يصل بين نقطتي  $\overline{ا}$   $\overline{ب}$  يقع داخل دائرة  $\overline{اب}$  فليقع كخط  $\overline{اب}$  ومن اجل ان على محيط دائرة  $\overline{حط}$  نقطتي  $\overline{ا}$   $\overline{ب}$  فبحسب برهان  $\overline{ب}$  من  $\overline{ج}$  فان الخط المستقيم الذي يصل بينهما يقع داخل دائرة  $\overline{حط}$  وقد وقع خارجاً منها هذا خلف غير ممكن فليس تتماس دائرتان من خارج الا على نقطة اودلك ما اردنا ان نبين .:

قال ايرن تقدم مقدمة يحتاج اليها في الشكل الثاني عشر خط مستقيم لا يقطع محيط دائرة على اكثر من علامتين فان امكن فليقطع خط  $\overline{اج}$  المستقيم دائرة  $\overline{اج}$  على اكثر من علامتين اعنى على علامات  $\overline{ا}$   $\overline{ب}$   $\overline{ج}$  ونستخرج مركز الدائرة كما بين<sup>1)</sup> استخراج برهان  $\overline{ا}$  من  $\overline{ج}$  وليكن نقطة  $\overline{ه}$  ونصل خطوط  $\overline{ه ا}$   $\overline{ه ب}$   $\overline{ه ج}$  فمن اجل ان خط  $\overline{اب}$  خط واحد مستقيم وزاوية  $\overline{ه ا}$  خارج مثلث  $\overline{ه ب ج}$  فان بحسب برهان  $\overline{يو}$  من  $\overline{ا}$  تكون زاوية<sup>2)</sup>  $\overline{ه ا}$  اعظم من زاوية  $\overline{ه ب}$  لكن زاوية  $\overline{ه ا}$  مساوية لزاوية  $\overline{ه ب}$  وذلك بين بحسب برهان  $\overline{ه}$  من  $\overline{ا}$  فزاوية  $\overline{ه ا}$  اذن اعظم من زاوية  $\overline{ه ب}$  لان ضلع  $\overline{ه ج}$  مساو لضلع  $\overline{ه ا}$  فانه بحسب [برهان]  $\overline{ه}$  من  $\overline{ا}$  تكون زاوية  $\overline{ه ا}$  مساوية لزاوية  $\overline{ه ب}$  وقد كانت اعظم منها هذا خلف غير ممكن فاذن خط مستقيم لا يقطع محيط دائرة على اكثر من علامتين وذلك ما اردنا ان نبين .: فان قال قائل ان مركز الدائرة يمكن ان يكون على

<sup>1)</sup> ذلك erasum.

<sup>2)</sup> Pro uerbo كل eraso in margine est زاوية

$Z\Theta KH$ . Duae  
lineas  $GZ, GH$   
ducimus, ita  
ut fiat trian-  
gulus  $GZH$ .  
Itaque ex I, 20  
duo latera  $ZG,$   
 $GH$  coniunc-  
ta latere  $ZH$



maiora erunt. Sed  $GH = HK$  et  $Z\Theta = ZG$ ; itaque summa dua-  
rum linearum  $ZG, GH$  summae duarum linearum  $HK, Z\Theta$  aequa-  
lis erit. Quare summa duarum linearum  $HK, Z\Theta$  linea  $ZH$  ma-  
ior erit, minor maior maiore. Quod absurdum est. Ergo fieri  
non potest, ut linea recta per duo puncta  $E, N$ , quae centra sunt,  
transiens per alium locum transeat ac per punctum  $G$ , quod punc-  
tum locus est, ubi duo circuli inter se contingunt. Q. n. e. d.

### Propositio XII libri tertii.

Circulus alium circulum non contingit in pluribus punctis  
quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit.

Nam si fieri potest, ut duo circuli in pluribus quam uno  
puncto inter se contingant, contingant uel intra, ita ut duo cir-  
culi  $AB, GD$  in duobus punctis  $G, D$  inter se contingant, uel  
extrinsecus, ita ut duo circuli  $AB, \Theta H$  in duobus punctis  $A,$   
 $B$  se contingant.

Prius de iis, qui intra se contingunt, demonstramus.

Supponimus, centrum circuli  $AB$  esse punctum  $E$ , centrum  
autem circuli  $GD$  punctum  $Z$ . Ex III, 11 linea, quae per duo  
puncta  $E, Z$  transit, in contactum duorum circulorum cadit; sit  
igitur ut linea  $GEZD$ .

Sed quoniam punctum  $E$  centrum est circuli  $AB$ , duae  
lineae  $EG, ED$  ab eo ad ambitum ductae inter se aequales  
erunt. Itaque linea  $EG$  maior erit [linea]  $ZD$ ; quare linea

هما المركزان ليس يُمكن ان يجوز على موضع من المواضع الآ على  
نقطة ج الموضع الذي عليه تماسّ الدائرتان و ذلك ما اردنا  
ان نبين .:

### الشكل الثاني عشر من المقالة الثالثة

39 u. لا تماسّ دائرة<sup>هـ</sup> دائرة<sup>و</sup> أخرى على اكثر من علامة واحدة من  
داخل كانت المماسّة او من خارج فان امكن ان تتماسّ دائرتان  
على اكثر من علامة واحدة فلتتماسّ اما من داخل فدائرتا ا ب ج د  
على نقطتي ج د واما من خارج فدائرتا ا ب ط ح على نقطتي ا ب  
فلنبرهن على اللتين قد تماسّتا من داخل فنزل ان مركز دائرة  
ا ب نقطة هـ ومركز دائرة ج د نقطة ز فالخط الذي يجوز على نقطتي  
هـ ز بحسب ما قد تبين ببرهان يا من ج يقع حيث تتماسّ  
الدائرتان فلتكن كخط جهز فبين اجل ان نقطة هـ مركز لدائرة  
[ا ب] وقد خرج منها الى المحيط خطا هـ د فهما متساويان فخط  
هـ ز اذن اعظم من ز د فخط جز اذن اعظم من ز د بكثير وايضا فانا  
فرضنا نقطة ز مركزاً لدائرة ج د فخط ز ج<sup>1)</sup> مساو [لخط] ز د فخط ز ج  
الاعظم اذن مساو لخط ز د الاصغر هذا خلف غير ممكن فليس  
يمكن ان تماسّ دائرة<sup>و</sup> دائرة<sup>هـ</sup> الا على نقطة واحدة وهذا اذا كانت  
المماسّة من داخل ونُبين ايضا انه ولا اذا كانت المماسّة من خارج  
يمكن ان تتماسّ الا على نقطة واحدة برهانه انه ان امكن ان تماسّ  
دائرة ا ب دائرة ح ط على اكثر من نقطة فلتتماسّا على نقطتي ا ب

<sup>1)</sup> In margine clarius scriptum.



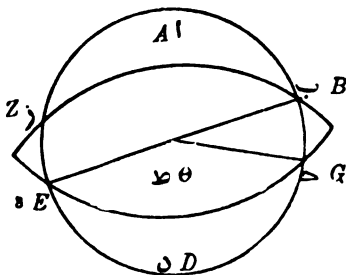
امكن ان يجوز على مركزيهما ويقع على غير نقطة التماس فليقع كخط  
هـ زح ط ونخرج خطى اه از فبحسب برهان ك من ا يكون ضلعا  
از زه مجموعين اعظم من ضلع اه لكن خط از مساو لخط زح  
لانهما خرجا من المركز الى المحيط ونجعل خط هـ ز مشتركا فخط  
هـ ح اذن اعظم من خط هـ ا وخط هـ ا مثل خط هـ ط لانهما خرجا من  
المركز الى المحيط فخط هـ ح اذن اعظم من خط هـ ط الاصغر اعظم  
من الاعظم هذا محال فقد ظهر ان الخط الذى يجوز على نقطتى  
هن ليس يقع على موضع اخر غير نقطة ا وذلك ما اردنا ان نبين .  
قال ايرن ان الرياضى فرض فى هذا الشكل الدائرتين متماستين  
من داخل فنبين نحن ذلك وان كانت المماسية من خارج فلنفرض  
دائرتى اب جد تتماسان على نقطة ج وليكن مركز دائرة اب نقطة  
ن ومركز دائرة جد نقطة هـ فاقول ان الخط المستقيم الذى يجوز على  
نقطتى هن يمر بنقطة ج برهانه انه لا يمكن غيره فان امكن  
فليكن الخط الذى يمر بنقطتى هن لا يجوز على نقطة ج ولكن ليبر  
بموضع اخر كخط زط كح ونخرج خطى جز حح فيحدث مثلث  
جزح فبحسب برهان ك من ا يكون ضلعا زد جح مجموعين  
اعظم من ضلع زح لكن خط جح مساو لخط ح ك وخط زط مساو  
لخط زد فمجموع خطى زد جح مساو لمجموع خطى ح ك زط فاذن  
مجموع خطى ح ك زط اعظم من خط زح الاصغر اعظم من الاعظم  
هذا محال فالخط المستقيم اذن الذى<sup>1)</sup> يجوز على نقطتى هن اللتين

<sup>1)</sup> In codice repetitum.

Rursus quoniam linea  $EZ$  in duobus circulis  $AB$ ,  $GD$  est et ad punctum  $K$  in duas partes aequales diuisa est, et linea  $GKD$  ad rectos angulos ad lineam  $EZ$  ducta est, centrum duorum circulorum  $AB$ ,  $GD$  in linea  $GKD$  erit. Itaque centrum duorum circulorum in duabus lineis  $AB$ ,  $GD$  positum est; quare in communi duarum linearum sectione est, h. e. in puncto  $N$ . Itaque punctum  $N$  centrum est duorum circulorum  $AB$ ,  $GD$ . Sed ex III, 5 iam demonstratum est, si duo circuli inter se secent, centra eorum idem punctum non esse. Ergo fieri non potest, ut circulus circulum secet nisi duobus locis. Q. n. e. d.

Hero dixit:\*) Hanc propositionem ex propositione IX demonstrabimus. Dicimus igitur: Si fieri potest, ut circulus circulum in pluribus punctis secet quam duobus, circulus  $ABGD$  circulum  $BGEZ$  in pluribus quam duobus punctis secet, scilicet in punctis  $B$ ,  $G$ ,  $E$ ,  $Z$ . Ex III, 1 centrum circuli  $ABGD$  quaerimus, quod in puncto  $\Theta$  sit, et lineas  $\Theta B$ ,  $\Theta G$ ,  $\Theta E$  ducimus.

Quoniam punctum  $\Theta$  centrum est [circuli]  $ABGD$ , lineae  $\Theta B$ ,  $\Theta G$ ,  $\Theta E$  inter se aequales erunt. Et quoniam punctum  $\Theta$  intra circulum  $BGEZ$  cadit, et ab eo ad ambitum eius plures quam duae lineae inter se aequales ductae sunt, ex III, 9 punctum  $\Theta$  centrum circuli  $BGEZ$  est. Idem



autem circuli  $ABGD$  centrum est. Itaque centra duorum circulorum inter se secantium idem punctum est. Quod absurdum est, quoniam iam in III, 5 demonstrauius, hoc fieri non posse. Q. n. e. d.

### Propositio XI libri tertii.

Si duo circuli inter se contingunt, linea, quae per centra eorum transit, in contactum eorum cadit.

---

\*) Est demonstratio altera apud Euclidem I p. 330.

على نقطة ن فنقطة ن مركز لدائرتي اب جد وقد تبين ببرهان ه  
من ج ان كل دائرتين تتقاطعان فليس مراكزهما بواحد  
فليس يمكن ان تقاطع دائرة دائرة الا في موضعين وذلك ما اردنا  
ان نبين .:

39 r. قال ايرون نبين هذا بالشكل التاسع فنقول ان امكن ان  
تقاطع دائرة دائرة على اكثر من علامتين فلتقاطع دائرة اب جد  
دائرة ب جهز على اكثر من علامتين اعني على علامات ب ج ه ز  
ونستخرج مركز دائرة اب جد كما يتبين اخراجه ببرهان ا من ج  
و[نفرضه] على علامة ط ونخرج خطوط ط ب ط ج ط ه فمن اجل ان  
نقطة ط مركز اب جد فان خطوط ط [ب] ط [ج] ط ه تكون متساوية<sup>1)</sup>  
ولان نقطة ط داخل دائرة ب جهز وقد خرج منها الى محيطها<sup>2)</sup>  
خطوط متساوية اكثر [من] خطين فبحسب برهان ط من ج تكون  
نقطة ط مركزاً لدائر ب جهز وهي ايضا مركز لدائرة اب جد فدائرتان  
[ت]قاطعان مركزاهما نقطة واحدة هذا خلف لانا قد بينا ببرهان  
ه من ج ان هذا غير ممكن وذلك ما اردنا ان نبين .:

### الشكل الحادي عشر من المقالة الثالثة

كل دائرتين تماسان فالخط الذي يجوز على مركزيهما يقع  
حيث تماسان مثاله ان دائرتي اب اج تماسان على نقطة ا و مركز  
دائرة اب نقطة ه ومركز دائرة اج نقطة ن فاقول ان الخط المستقيم  
الذي يجوز على نقطتي<sup>2)</sup> ه ن يقع على نقطة ا لا يمكن غيره فان

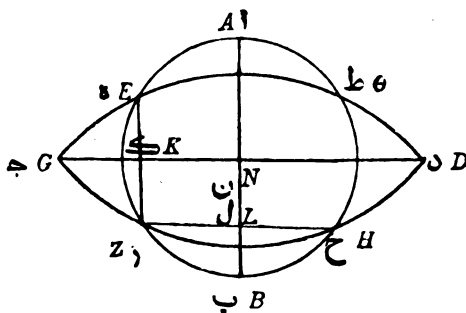
<sup>1)</sup> In textu: المحيطها <sup>2)</sup> In textu: نقطة

lineam  $BZ$  lineae  $ZD$  aequalem abscidimus,  $ZG$  communi sumpta duae lineae  $GZ$ ,  $ZB$  duabus lineis  $GZ$ ,  $ZD$  aequales erunt; et basis  $GB$  basi  $GD$  aequalis est; itaque ex I, 8  $\angle GZB = GZD$ ; quare uterque rectus est. Sed quoniam iam in centro inueniendo demonstratum est, si linea  $BD$  in duas partes aequales diuisa sit, et linea  $A\Theta$  ad lineam  $BD$  perpendicularis ducta, centrum circuli in linea  $A\Theta$  positum esse, centrum circuli in linea  $A\Theta$  erit. Et eadem demonstratione et ratione demonstrabitur, centrum circuli in linea  $KM$  esse. Manifestum igitur est, centrum in eo puncto esse, in quo duae lineae  $A\Theta$ ,  $KM$  inter se secant, ita ut centrum circuli in puncto  $G$  sit. Ergo punctum  $G$  centrum circuli est. Q. n. e. d.

**Propositio X libri tertii.**

Fieri non potest, ut circulus alium circulum pluribus locis secet quam duobus.

Nam, si fieri potest, circulus  $AB$  circulum  $GD$  in pluribus quam duobus punctis secet, scilicet in punctis  $E$ ,  $Z$ ,  $H$ . Duabus lineis  $EZ$ ,  $ZH$  ductis utramque in punctis  $K$ ,  $L$  in binas partes aequales diuidimus et per puncta  $K$ ,  $L$  duas lineas ducimus  $AB$ ,  $GD$ , quae duas lineas  $EZ$ ,  $ZH$  ad rectos angulos secant. ex eo, quod in I, 11 demonstratum est.



Quoniam linea  $ZH$  in duobus circulis  $AB$ ,  $GD$  posita ad punctum  $L$  in duas partes aequales secta est, et ad eam linea  $ALB$  ad angulos rectos ducta est, ex III, 9\*) centrum duorum circulorum  $AB$ ,  $GD$  in linea  $AB$  erit.

\*) Citari debuit III, 1 coroll. p. 11.



الدائرة أنه متى قُسم خط  $\overline{ب د}$  بنصفين وأُخرج مثل خط  $\overline{ا ط}$  عموداً على خط  $\overline{ب د}$ <sup>1)</sup> فإن على خط  $\overline{ا ط}$  يكون مركز الدائرة فمركز الدائرة إذاً على خط  $\overline{ا ط}$  وبمثل هذا البرهان وهذا الاستشهاد يتبين ان مركز الدائرة على خط  $\overline{ك م}$  فين الظاهر ان المركز على النقطة التي عليها تقاطع خط  $\overline{ا ط}$   $\overline{ك م}$  فمركز الدائرة على نقطة  $\overline{ج}$  فنقطة  $\overline{ج}$  اذن مركز للدائرة وذلك ما اردنا ان نبين .:

### الشكل العاشر من المقالة الثالثة

لا يمكن ان تقاطع دائرة دائرة أخرى على اكثر من موضعين فان امكن فلتقاطع دائرة  $\overline{ا ب}$  دائرة  $\overline{ج د}$  على اكثر من علامتين وليكن على علامات  $\overline{ه ز ح}$  ونخرج خطي  $\overline{ه ز}$   $\overline{ح}$  ونقسم كل واحد منهما بنصفين على نقطتي  $\overline{ك ل}$  ونجيز على نقطتي  $\overline{ك ل}$  خطي  $\overline{ا ب}$   $\overline{ج د}$  يقطعان خطي  $\overline{ه ز}$   $\overline{ح}$  على زوايا قائمة بحسب ما بين ببرهان يا من ا فمن اجل ان خط  $\overline{ز ح}$  في دائرتي  $\overline{ا ب}$   $\overline{ج د}$  وقد قسم بنصفين على علامة  $\overline{ل}$  وأُخرج عليه خط<sup>2)</sup>  $\overline{ا ب}$  على زاوية قائمة فبحسب ما بيننا في<sup>3)</sup> برهان  $\overline{ط م}$   $\overline{ج}$  فان مركز دائرتي  $\overline{ا ب}$   $\overline{ج د}$  على خط  $\overline{ا ب}$  .: وايضاً فان خط  $\overline{ه ز}$  وقع في دائرتي  $\overline{ا ب}$   $\overline{ج د}$  وقد قسم بنصفين على نقطة  $\overline{ك}$  واخرج خط  $\overline{ج ك د}$  على زوايا قائمة على خط  $\overline{ه ز}$  فمركز دائرتي  $\overline{ا ب}$   $\overline{ج د}$  على خط  $\overline{ج ك د}$  فمركز الدائرتين على خطي  $\overline{ا ب}$   $\overline{ج د}$  فهما إذن على الفصل المشترك للخطين فهما

1) Sic in margine manu recentiore correctum; in textu  $\overline{ب ج}$

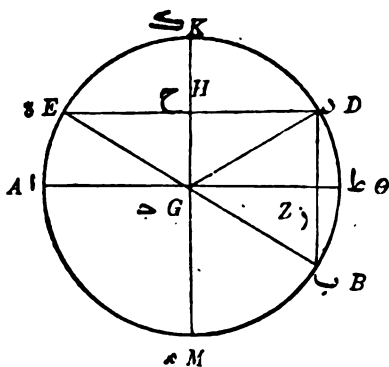
2) In textu: خطا 3) In margine additum.

demonstrauimus, lineam  $AD$  linea  $HD$  maiorem esse, quia centro propior est. Ergo linea  $DE$  linea  $DZ$  minor erit. Q. n. e. d.<sup>1)</sup>

**Propositio IX libri tertii.**

Si a puncto intra circulum posito ad lineam circulum comprehendentem plures quam duae lineae omnes inter se aequales ducuntur, punctum illud circuli centrum est.

Exemplificatio. Intra circulum  $AB$  sit punctum  $G$ , a quo ad lineam circulum comprehendentem plures quam duae lineae omnes inter se aequales, scilicet lineae  $GB$ ,  $GD$ ,  $GE$ , ductae sint. Dico, punctum  $G$  centrum circuli  $AB$  esse.



Demonstratio. Duabus lineis  $BD$ ,  $DE$  ductis utramque ad duo puncta  $Z$ ,  $H$  in binas partes aequales diuidimus. Duas lineas  $GZ$ ,  $GH$  ductas ad utramque partem ad ambitum circuli producimus, quae sint duae lineae  $A\theta$ ,  $KM$ . Quoniam

<sup>1)</sup> In margine est: قال الشيخ لان السطح الذي يحيط به خطا  $DA$  اذا قُسم على  $DE$  خرج  $DA$  والسطح الذي يحيط به خطا  $DH$  اذا قُسم على  $DZ$  خرج  $DH$  و  $DA$  اعظم من  $DH$  والسطحان متساويان فيجب ان يكون المقسوم عليه الاول اصغر من المقسوم عليه الثاني .  
 قال الشيخ لان السطح الذي يحيط به خطا  $DA$  اذا قُسم على  $DE$  خرج  $DA$  والسطح الذي يحيط به خطا  $DH$  اذا قُسم على  $DZ$  خرج  $DH$  و  $DA$  اعظم من  $DH$  والسطحان متساويان فيجب ان يكون المقسوم عليه الاول اصغر من المقسوم عليه الثاني .

Vir doctissimus dixit: Quoniam, si spatium duabus lineis  $DA$ ,  $DE$  comprehensum per  $DE$  diuiditur,  $DA$  euadit, et, si spatium duabus lineis  $DH$ ,  $DZ$  comprehensum per  $DZ$  diuiditur,  $DH$  euadit, et  $DA > DH$ , et duo spatia inter se aequalia sunt, necesse est, priorem diuisorem secundo minorem esse.

المربع الكائن من خط  $\overline{دز}$  لكن بحسب برهان  $\text{ج}$  من  $\text{ب}$  فان  
 السطح الذي يحيط به خط  $\overline{اه}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{ده}$   
 مساو للسطح الذي يحيط به خط  $\overline{اد}$  وكذلك السطح الذي  
 يحيط به خط  $\overline{حز}$  مع المربع الكائن من خط  $\overline{دز}$  مساو للسطح u. 38  
 الذي يحيط به خط  $\overline{ح د}$  فالسطح اذن الذي يحيط به خط  
 $\overline{اد}$  مساو للسطح الذي يحيط به خط  $\overline{ح د}$  وقد بينا ان خط  
 $\overline{اد}$  اعظم من خط  $\overline{ح د}$  لانه اقرب الى المركز فخط  $\overline{ده}$  اذن اصغر من  
 خط  $\overline{دز}$  وذلك ما اردنا ان نبين .:

### الشكل التاسع من المقالة الثالثة

كل نقطة في داخل دائرة يخرج منها الى الخط المحيط بالدائرة  
 اكثر من خطين وتكون كلهما متساوية فان تلك النقطة  
 مركز لتلك الدائرة .: مثاله ان في داخل دائرة  $\overline{اب}$  نقطة  $\text{ج}$  وقد  
 خرج منها الى الخط المحيط بالدائرة اكثر من خطين وهي كلها  
 متساوية وهي خطوط  $\overline{ج ب}$   $\overline{ج د}$   $\overline{ج ه}$  فاقول ان [نقطة]  $\text{ج}$  مركز لدائرة  
 $\overline{اب}$  برهانه انا نُخرج خطي  $\overline{ب د}$   $\overline{د ه}$  ونقسم كل واحد منهما  
 بنصفين على نقطتي  $\overline{ز ح}$  ونُخرج خطي  $\overline{ج ز}$   $\overline{ج ح}$  ونُنفذهما في  
 الجهتين جميعا الى محيط الدائرة وهما خطا  $\overline{اط}$   $\overline{كم}$  فمن اجل ان  
 خط  $\overline{ب ز}$  فصلناه مساويا لخط  $\overline{ز د}$  فاذا اخذنا  $\overline{ز ج}$  مشتركا فان  
 خطي  $\overline{ج ز}$   $\overline{ب ز}$  مساويان لخطي  $\overline{ج ز}$   $\overline{د ز}$  وقاعدة  $\overline{ج ب}$  مساوية لقاعدة  
 $\overline{ج د}$  فان بحسب برهان  $\text{ح}$  من  $\text{ا}$  فان زاوية  $\overline{ج ب}$  مساوية لزاوية  $\overline{ج د}$   
 وكل واحدة منهما اذا قائمة فبحسب ما تبين في وجود مركز

Iam quoniam angulus  $DE\theta$  ad triangulum  $EK\theta$  extrinsecus positus est et angulus  $EK\theta$  rectus, ex I, 16 angulus  $DE\theta$  angulo  $EK\theta$  maior erit; quare angulus  $DE\theta$  obtusus erit. Eodem modo demonstrabimus, angulum  $DZ\theta$  obtusum esse. Itaque duo trianguli  $DE\theta$ ,  $DZ\theta$  obtusianguli sunt. In quouis autem angulo obtuso constat, quadratum lateris angulo obtuso oppositi aequale esse summae duorum quadratorum duorum laterum, quae angulum obtusum comprehendunt, cum duplo spatii, quod comprehenditur uno ex duobus lateribus, quae angulum obtusum comprehendunt, eo scilicet, in quod productum perpendicularis cadit, et linea inter perpendicularem et uerticem anguli obtusi posita, quod ex II, 12 adparet; itaque duo quadrata duorum laterum  $DE$ ,  $E\theta$  cum duplo spatii duabus lineis  $DE$ ,  $EK$  comprehensi quadrato lineae  $D\theta$  aequalia erunt. Eodem modo summa duorum quadratorum duarum linearum  $DZ$ ,  $Z\theta$  cum duplo spatii duabus lineis  $DZ$ ,  $ZL$  comprehensi quadrato lineae  $D\theta$  aequalis erit. Itaque summa duorum quadratorum duarum linearum  $DZ$ ,  $Z\theta$  cum duplo spatii duabus lineis  $DZ$ ,  $ZL$  comprehensi aequalis erit summae duorum quadratorum duarum linearum  $DE$ ,  $E\theta$  cum duplo spatii duabus lineis  $DE$ ,  $EK$  comprehensi. Quoniam autem ex III, 3  $EK = KA$  et  $ZL = LH$ , ex II, 1 duplum spatii duabus lineis  $DE$ ,  $EK$  comprehensi aequale erit spatium, quod duabus lineis  $DE$ ,  $EA$  comprehenditur. Eodem modo duplum spatii duabus lineis  $DZ$ ,  $ZL$  comprehensi spatium duabus lineis  $DZ$ ,  $ZH$  comprehensi aequale erit. Itaque spatium duabus lineis  $AE$ ,  $ED$  comprehensum cum quadrato lineae  $DE$  spatium duabus lineis  $HZ$ ,  $ZD$  comprehenso cum quadrato lineae  $DZ$  aequale erit. Sed ex II, 3 spatium, quod duae lineae  $AE$ ,  $ED$  comprehendunt, cum quadrato lineae  $DE$  spatium, quod duae lineae  $AD$ ,  $DE$  comprehendunt, aequale erit; et eodem modo spatium, quod duae lineae  $HZ$ ,  $ZD$  comprehendunt, cum quadrato lineae  $DZ$  spatium duabus lineis  $HD$ ,  $DZ$  comprehenso aequale erit; spatium igitur, quod duae lineae  $AD$ ,  $DE$  comprehendunt, spatium, quod duae lineae  $HD$ ,  $DZ$  comprehendunt, aequale erit. Iam autem

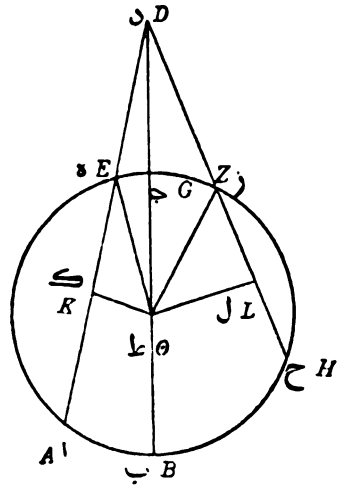
الدائرة وهو نقطة ط ونخرج من نقطة ط عموداً ط ك ط ل ونصد  
 بين نقطتي طه ونقطتي طز بخطي طه طز فمن اجل ان زاوية ده ط  
 خارج مثلث هك ط وزاوية هك ط قائمة فان بحسب برهان يو من ا  
 تكون زاوية ده ط اعظم من زاوية هك ط فزاوية ده ط اذن منفرجة  
 وكذلك يتبين ان زاوية دز ط منفرجة فمثلثا ده ط دز ط منفرجا  
 الزاوية وكل زاوية منفرجة فان مربع الضلع الذي يوتر الزاوية  
 المنفرجة مساو لمجموع المربعين الكائنين من الضلعين المحيطين  
 بالزاوية المنفرجة مع ضعف السطح الذي يحيط به احد الضلعين  
 المحيطين بالزاوية المنفرجة الذي يقع على استقامة العمود والخط  
 الذي بين العمود وطرف الزاوية المنفرجة وذلك بحسب برهان يب  
 من ب فالبرهان الكائنان من ضلعي ده ط مع ضعف السطح  
 الذي يحيط به خطا ده هك مساو لمربع خط ده ط وكذلك مجموع  
 مربعي خطي دز ط مع ضعف السطح الذي يحيط به خطا دز زل  
 مساو لمربع خط ده ط فمجموع مربعي خطي دز ط مع ضعف السطح  
 الذي يحيط به خطا دز زل مساو لمجموع مربعي خطي ده ط مع  
 ضعف السطح الذي يحيط به خطا ده هك فمن اجل ان هك مساو  
 لخط كا وخط زل مساو لخط ل ح وذلك بحسب برهان ج من ج  
 فانه بحسب برهان ا من ب يكون ضعف السطح الذي يحيط به  
 خطا ده هك مساوياً للسطح الذي يحيط به خطا ده هك وكذلك  
 ضعف السطح الذي يحيط به خطا دز زل مساو للسطح الذي يحيط  
 به خطا دز ح فالسطح الذي يحيط به خطا ده هك مع المربع  
 الكائن من خط ده مساو للسطح الذي يحيط به خطا ح ز د مع

subtractis relinquitur quadratum lineae  $DH$  quadrato lineae  $D\Theta$  maius. Itaque linea  $DH$  maior erit linea  $D\Theta$ . Rursus  $AZ = ZE$ , quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum  $ZH, AH$  quadrato lineae  $AZ$  aequalis est, summa autem duorum quadratorum duarum linearum  $Z\Theta, \Theta E$  quadrato lineae  $ZE$  aequalis est; itaque summa duorum quadratorum duarum linearum  $Z\Theta, \Theta E$  summae duorum quadratorum duarum linearum  $ZH, HA$  aequalis est. Sed quadratum lineae  $ZH$  quadrato lineae  $Z\Theta$  minus est; quibus subtractis relinquitur quadratum lineae  $AH$  quadrato lineae  $\Theta E$  maius. Demonstrauimus autem, etiam lineam  $DH$  maiorem esse linea  $D\Theta$ . Ergo linea  $DA$  maior est linea  $DE$ . Q. n. e. d.

Demonstrabimus etiam, ex iis lineis, quae cum ambitu circuli conuexo concurrant, propiorem lineae inter punctum et diametrum ductae minorem esse remotiore, et hoc quoque in duabus lineis rectis facimus, quae ad utramque partem lineae inter punctum et diametrum ductae positae sunt.

Supponimus, circulum esse circulum  $ABG$ , cuius diametrus sit linea  $BG$ , et linea  $BG$  ad punctum  $D$  producta a puncto  $D$  ad ambitum conuexum circuli duas lineas  $DE, DZ$  ducimus, et lineam  $DE$  propiorem lineae  $DG$  quam lineam  $DZ$  supponimus. Dico, lineam  $DE$  linea  $DZ$  minorem esse.

Demonstratio. Duas lineas  $DE, DZ$  ad concauam partem circuli ducimus; ad duo puncta  $A, H$  ducantur. Centrum circuli quaerimus, quod sit punctum  $\Theta$ , et a puncto  $\Theta$  duabus perpendicularibus  $\Theta K, \Theta L$  ductis duo puncta  $\Theta, E$  et duo puncta  $\Theta, Z$  duabus lineis  $\Theta E, \Theta Z$  coniungimus.



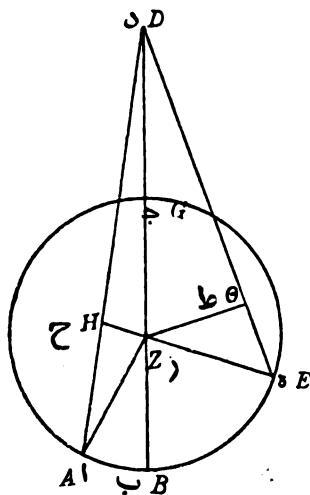
ان خط  $\overline{اد}$  اقرب الى نقطة  $\overline{ز}$  من خط  $\overline{ده}$  فان عمود  $\overline{زح}$  اصغر من  
 (مجموع) عمود  $\overline{زط}$  وايضا فمن اجل ان مربع خط  $\overline{دح}$  مع مربع  
 خط  $\overline{زح}$  مساو لمربع خط  $\overline{دز}$  وذلك بحسب برهان موين ا وكذلك  
 مربع خط  $\overline{دط}$  مع مربع خط  $\overline{طز}$  مساو لمربع خط  $\overline{دز}$  فمجموع مربعي  
 $\overline{دح}$   $\overline{زح}$  مساو [او] لمجموع مربعي  $\overline{دط}$   $\overline{طز}$  لكن مربع خط  $\overline{حز}$  اصغر  
 من مربع خط  $\overline{طز}$  فاذا اسقطناهما بقي مربع  $\overline{دح}$  اعظم من  
 مربع خط  $\overline{دط}$  فخط  $\overline{دح}$  اعظم من خط  $\overline{دط}$  وايضا فان خط  $\overline{از}$  مثل  
 خط  $\overline{زه}$  [لانهم] اخرجا من المركز الى المحيط لكن مجموع مربعي  
 خطي  $\overline{زح}$   $\overline{اح}$  مساو لمربع خط  $\overline{از}$  ومجموع مربعي خطي  $\overline{زط}$   $\overline{طه}$  مساو  
 [لمربع] خط  $\overline{زه}$  فمجموع مربعي خطي  $\overline{زط}$   $\overline{طه}$  اذا مساو لمجموع مربعي  
 خطي  $\overline{زح}$   $\overline{حأ}$  لكن مربع خط  $\overline{زح}$  اصغر من مربع خط  $\overline{زط}$  فاذا  
 اسقطناهما بقي مربع خط  $\overline{حأ}$  اعظم من مربع خط  $\overline{طه}$  وكنا بينا  
 ان خط  $\overline{دح}$  اعظم ايضا من خط  $\overline{دط}$  فخط  $\overline{دأ}$  اذا اعظم من خط  
 $\overline{ده}$  وذلك ما اردنا ان نبين . . . ونبين ايضا ان الخطوط التي تلتقي  
 تقريب الدائرة ما كان منها اقرب الى الخط الذي بين العلامة  
 وبين القطر يكون اصغر من ما كان منها ابعد عنه ونفعل ذلك  
 ايضا في خطين مستقيمين يكونان عن جنبتي الخط الذي بين  
 العلامة والقطر فننزل ان الدائرة دائرة  $\overline{ابج}$  وقطرها خط  $\overline{بج}$   
 ونُخرج خط  $\overline{بج}$  على استقامة الى نقطة  $\overline{د}$  ونُخرج من نقطة  $\overline{د}$  الى  
 تقريب الدائرة خطي  $\overline{ده}$   $\overline{دز}$  ونجعل خط  $\overline{ده}$  اقرب الى خط  $\overline{دج}$  من  
 خط  $\overline{دز}$  فاقول ان خط  $\overline{ده}$  اصغر من خط  $\overline{دز}$  برهانه انا نُخرج خطي  
 $\overline{ده}$   $\overline{دز}$  الى اخص الدائرة فليُخرجَا الى نقطتي  $\overline{اح}$  ونطلب مركز

convexum  $HΞ$  linea lineae  $GO$  ceterisque lineis, quae lineis  $GL$ ,  $GK$ ,  $GΘ$  aequales sunt, aequalis ducatur. Q. n. e. d.

Hero dixit: Quoniam geometra<sup>1)</sup> hanc propositionem eo modo demonstravit, ut lineas ad unam partem positas sumeret, nobis alia demonstratione, sicut in propositione praecedenti, demonstranda est.

Dicimus, si duae lineae rectae ad utramque partem diametri datae sint, altera centro propior, altera ab eo remotior, propiorem remotiore maiorem esse.

Exemplificatio. Circulo  $ABG$  dato et diametro eius linea  $BG$  ad punctum  $D$  producta a puncto  $D$  ad circumulum  $ABG$  duas alias lineas rectas ad utramque partem diametri positas, lineas  $DA$ ,  $DE$ , ita ducimus, ut linea  $DA$  centro propior sit quam linea  $DE$ . Dico, lineam  $AD$  linea  $DE$  maiorem esse.



Demonstratio. Centrum circuli quaerimus, sicut in I, 1 quaerendum esse demonstrauius, quod sit punctum  $Z$ , et a puncto  $Z$  ad duas lineas  $AD$ ,  $DE$  ex I, 12 duas perpendiculares  $ZH$ ,  $ZΘ$  ducimus. Quoniam igitur linea  $AD$  puncto  $Z$  propior est quam linea  $DE$ , perpendicularis  $ZH$  minor est perpendiculari  $ZΘ$ . Rursus quoniam quadratum lineae  $DH$  cum quadrato lineae  $ZH$  ex I, 46 quadrato lineae  $DZ$  aequale est, et eodem modo quadratum lineae  $DΘ$  cum quadrato lineae  $ZΘ$  quadrato lineae  $DZ$  aequale, summa duorum quadratorum  $DH$ ,  $HZ$  summae duorum quadratorum  $DΘ$ ,  $ΘZ$  aequalis est. Sed quadratum lineae  $HZ$  quadrato lineae  $ΘZ$  minus est; quibus

<sup>1)</sup> «Euclides» apud Gherardum Cremonensem (p. 116), qui a nostris non parum discrepat.



ممکن ان یُخرج من نقطة جـ الى تقبیب سـ ح خط اخر مساو لخط جـ فان امکن فلیکن مثل خط جـ فـ ونصل بین نقطتی مـ فـ فمیں اجل ان مثلث جـ مـ قد خرج من طرفی ضلع من اضلاعه خطأ جـ مـ والتقی طرفاهما داخل المثلث علی نقطة عـ فمیں البین بحسب برهان کا من ا ان [خط] جـ مـ مع خط مـ فـ اعظم من خط جـ مـ مع خط مـ فـ لکن خط مـ فـ مساو لخط مـ فـ لانها خرجا من المركز الى المحيط فاذا اسقطناهما بقی خط جـ مـ اعظم من خط جـ مـ وكنا فرضناهما متساویین وهذا خلف غیر مُمكن فقد تبین انه غیر ممکن ان یُخرج من نقطة جـ خط یلقى تقبیب حـ سـ مساو لخط جـ مـ ولا لسائر الخطوط التي هی نظایر لخطوط جـ لـ جـ کـ دـ طـ (جـ طـ s.) وذلك ما اردنا ان نبین .:

قال ایرون من اجل ان الرياضی برهن علی هذا الشكل بان صیر الخطوط فی الجهة الواحدة فینبغی ان نبرهن ببرهان اخر كما فعلنا فی الشكل المتقدم فنقول انه اذا فرض خطان مستقيمان عن جنبتی القطر احدهما اقرب الى المركز والاخر ابعد عنه فان اقربهما اليه یكون اعظم من ابعدهما مثال ذلك انا نفرض دائرة ا ب جـ ونُخرج قطرها وهو خط بـ جـ علی استقامة الى نقطة دـ ونُخرج من دـ الى دائرة ا ب جـ خطین اخرین مستقيمین عن جنبتی القطر وهما خطا دـ اـ وخط دـ اـ اقرب الى المركز من خط دـ هـ فاقول ان خط ا دـ اعظم من خط دـ هـ برهانه انا نستخرج مركز الدائرة كما بینا اخراجة ببرهان ا من ا وليکن نقطة ز ونُخرج من نقطة ز الى خطی 38 r. ا دـ عمودی ز حـ ز طـ كما تبین اخراجة ببرهان یب من ا من اجل

Dico, fieri non posse, ut a puncto  $G$  ad arcum  $DBH$  alia linea ducatur lineae  $GE$  aequalis ac linea  $GB$ , et nullam aliam lineam ceteris lineis aequalem esse ac lineas ductas.

Si fieri potest, sit  $GΞ$ . Lineam  $MΞ$  ducimus. Iam quoniam linea  $MB$  lineae  $MΞ$  aequalis est, quia utraque a centro ducta est, linea  $GM$  communi sumpta erunt  $GM + GB = GM + GΞ$ . Et  $\angle GMB > GΜΞ$ ; itaque ex I, 24  $GB > GΞ$ . Supposuimus autem, eas inter se aequales esse; quod absurdum est. Ergo fieri non potest, ut a puncto  $G$  ad arcum  $DBH$  recta linea lineae  $GB$  ceterisue lineis, quae lineis  $GE$ ,  $GZ$ ,  $GA$  aequales sunt, aequalis ducatur.

Rursus dico: A puncto  $G$  ad utramque partem lineae  $GH$  lineis ductis, quae ad conuexam partem circuli perueniunt, semper duae lineae aequaliter distantes ad utramque partem lineae  $DH$  inter se aequales sunt.

Demonstratio. Ad punctum  $M$  lineae  $GM$  angulum  $GMO$  angulo  $GML$  aequalem construimus et  $GO$  ducimus. Iam linea  $MO$  lineae  $ML$  aequalis est, quoniam utraque a centro ducta est. Linea igitur  $GM$  communi sumpta duae lineae  $OM$ ,  $MG$  duabus lineis  $LM$ ,  $MG$  aequales erunt. Et angulus  $OMG$  angulo  $LMG$  aequalis constructus est; itaque basis  $GL$  basi  $GO$  aequalis est.

Eodem modo a puncto  $G$  ad ambitum conuexum  $ΞH$  lineas lineis  $GK$ ,  $GΘ$  aequales ducimus. Dico, fieri non posse, ut a puncto  $G$  ad ambitum conuexum  $ΞH$  alia linea lineae  $GO$  aequalis ducatur. Si enim fieri potest, linea  $GF$  ei aequalis sit. Duo puncta  $M$ ,  $F$  coniungimus. Quoniam igitur in triangulo  $GMF$  a terminis lateris eius duae lineae  $GO$ ,  $MO$  ductae sunt, quarum termini intra triangulum in puncto  $O$  concurrunt, ex I, 21 manifestum est, esse  $GF + FM > GO + OM$ . Sed  $MF = MO$ , quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est. Quibus subtractis relinquitur  $GF > GO$ . Supposuimus autem, eas inter se aequales esse; quod absurdum est neque fieri potest. Ergo iam demonstratum est, fieri non posse, ut a puncto  $G$  ad ambitum

د من ا تكون قاعدة جه مساوية لقاعدة جـ وكذلك لو اردنا ان  
نُخرج خطين اخريين يكون الذى يتلو خط جـ مساويا لخط جـ  
والرابع مساويا لخط جـ لعلنا على نقطة م من خط جـ زاويتين  
مثل زاويتي جـم جـ ثم نُصل بين نقطة جـ وبين طرف الخط  
الذى عملت الزاوية عليه من محيط الدائرة فاقول انه غير ممكن  
37 u. ان يخرج من نقطة جـ الى قوس دـبـح خط اخر مساو لخط جـ غير  
خط جـ ولا خط اخر مساو للخطوط الأخر سـوى الخطوط التى  
خرجت فان امكن فليكن جـس ونُخرج خط مـس فمن اجل ان  
خط مـبـ مساو لخط مـس لانهما خرجا من المركز فانا اذا اخذنا  
خط جـم مشتركاً يكون خط جـم مع خط جـم مثل جـم مع جـس  
وزاوية جـم اعظم من زاوية جـمـس فبحسب برهان كد من ا  
يكون جـ اعظم من جـس وكنا فرضناهما متساويين هذا خلف  
فليس يمكن اذن ان يخرج من نقطة جـ الى قوس دـبـح خط  
مستقيم مساو لخط جـ ولا لسائر الخطوط المساوية لخطوط جـ  
جـا واقول ايضا وقد تخرج من نقطة جـ خطوط عن جنبتي خط  
جـ تلقى حذبة الدائرة ويكون كل خطين خطين نظيرين عن  
جنبتي خط دـح متساويين برهانه انا نعمل على نقطة م من خط  
جـم زاوية مثل زاوية جـمـل ولتكن زاوية جـمـع ونصل جـع فخط مـع  
مساو لخط مـل لانهما خرجا من المركز وناخذ جـم مشتركاً فخطا  
عـم مـجـ مثل خطى لـم مـجـ وزاوية عـمـجـ عملت مساوية لزاوية لـمـجـ  
فقاعدة جـل مثل قاعدة جـع وبمثل هذا العمل نخرج من نقطة جـ  
الى تقبيب سـح خطوطاً مساوية لخطوط جـك جـط واقول انه غير

esse. Itaque iam demonstratum est, lineam  $GD$  maximam harum linearum esse, et  $GE$ , quae lineae  $GD$  propior sit, remotiore  $GZ$  maiorem, et  $GZ$  [linea]  $GA$  maiorem esse.

Rursus dico, lineam  $G\Theta$ , quae a linea  $GD$  remotissima sit, linea  $GK$  propiore maiorem esse, et  $GK$  [linea]  $GL$  maiorem, et breuissimam omnium harum linearum esse lineam  $GH$ .

Demonstratio. Lineas  $M\Theta$ ,  $MK$ ,  $ML$  ducimus. Quoniam in quolibet triangulo duo latera eius coniuncta tertia linea maiora sunt, erunt  $ML + LG > MG$ . Sed  $ML = MH$ ; his igitur duabus subtractis relinquitur  $LG > HG$ . Et quoniam in triangulo  $MKG$  a duobus terminis lateris eius  $MG$  duae lineae ita ductae sunt, ut termini earum in puncto  $L$  intra triangulum concurrant, ex I, 21 erunt  $ML + LG < MK + KG$ . Sed  $MK = ML$ ; his igitur duabus subtractis relinquitur linea  $GK > GL$ .

Eodem modo demonstrabimus, lineam  $G\Theta$  linea  $GK$  maiorem esse. Itaque iam demonstratum est,  $G\Theta$  maximam,  $GH$  breuissimam esse harum linearum, et  $G\Theta$  maiorem esse quam  $GK$ ,  $GK$  quam  $GL$ ,  $GL$  quam  $GH$ .

Rursus dico: Si a puncto  $G$  ad utramque partem lineae  $GD$  ducuntur lineae circum secantes et ad concauam partem eius peruenientes, duae semper lineae eodem modo positae inter se aequales sunt.

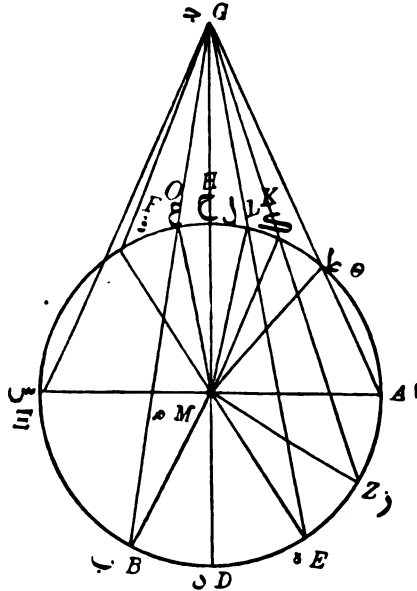
Demonstratio. Ad punctum  $M$  lineae  $GM$  ex I, 23 angulum  $GMB$  angulo  $GME$  aequalem construimus. Iam quoniam linea  $MB$  lineae  $ME$  aequalis est et linea  $GM$  communis, duae lineae  $GM$ ,  $MB$  duabus lineis  $GM$ ,  $ME$  aequales erunt. Et angulus  $GMB$  angulo  $GME$  aequalis constructus est; ergo ex I, 4 basis  $GE$  basi  $GB$  aequalis erit.

Eodem modo, si duas alias lineas duximus, linea, quae lineam  $GB$  sequitur, lineae  $GZ$  aequalis erit, quarta uero lineae  $GA$  aequalis, siquidem in puncto  $M$  lineae  $GM$  duos angulos duobus angulis  $GMZ$ ,  $GMA$  aequales construxerimus et deinde punctum  $G$  coniunxerimus cum termino in ambitu circuli posito lineae angulum constructum comprehendentis.

فبحسب برهان كد من ا تكون قاعدة جـ اعظم من قاعدة جز  
وكذلك يتبين ان خط جز اعظم من خط جا فقد تبين ان اعظم  
المخطوط جـ وان جـ الاقرب الى جـ اعظم من جـ الابدع وان جـ  
اعظم من جا فاقول ايضا ان خط جـ الذي هو ابعـد من خط جـ  
اعظم من خط جـ الاقرب وجـ اعظم من جـ واقصرها كلها  
خط جـ برهانه انا نخرج خطوط مـ مـ مـ لـ فمن اجل ان كل  
مثلث فان ضلعين من اضلاعه كخط واحد اعظم من الضلع  
الثالث فان مـ لـ جـ اعظم من مـ جـ لكن مـ لـ مثل مـ حـ فاذا اسقطناهما  
بقي لـ جـ اعظم من حـ جـ ومن اجل ان مثلث مـ كـ جـ قد خرج من  
طرفي ضلع من اضلاعه وهو ضلع مـ جـ خطان فالتقى طرفاهما  
على نقطة لـ داخل المثلث فان بحسب برهان كا من ا يكون خط  
مـ لـ مع خط لـ جـ اصغر من خط مـ كـ مع خط كـ جـ لكن خط مـ كـ  
مثل خط مـ لـ فاذا اسقطناهما بقي خط جـ اعظم من خط جـ لـ  
وكذلك يتبين ان خط جـ اعظم من خط جـ كـ فقد تبين ان  
اعظم هذه المخطوط جـ واقصرها دح [جـ س.] وان جـ اعظم من جـ كـ  
وجـ اعظم من جـ لـ وجـ اعظم من جـ حـ واقول ايضا انه قد نخرج  
من نقطة جـ خطوط عن جنيتي خط جـ تقطع الدائرة وتلقى  
اخصها كل خطين خطين نظيرين منها متساويان برهانه انا  
نعمل على نقطة مـ من خط جـ زاوية مثل زاوية جـ مـ كما بين  
عملها ببرهان كـ من ا ولتكن زاوية جـ مـ فلان خط مـ مساو  
لخط مـ ونخرج خط جـ مشترك يكون خطا جـ مـ مساويين  
لخطي جـ مـ وزاوية جـ مـ عملت مساوية لزاوية جـ مـ فبحسب برهان

Exemplificatio. Extra circulum  $AB$  datum sumimus punctum  $G$ . Lineas  $GD$ ,  $GE$ ,  $GZ$ ,  $GA$  ducimus ita, ut circulum secent et ad concavam partem eius, h. e. ad arcum  $DA$ , perueniant, lineas autem  $G\Theta$ ,  $GK$ ,  $GL$  ita, ut ad conuexam partem, h. e. ad arcum  $HL$ , perueniant.

Et linea  $GD$  per punctum  $M$ , quod centrum est, ducta sit. Dico, maximam earum, quae circulum secent, esse lineam  $GD$ , ceterarum autem, quae lineae  $GD$  propior sit, maiorem remotiore, linearum autem, quae ad conuexam partem circuli perueniant, quae a linea  $GD$  remotior sit, propiore maiorem, breuissimamque omnium harum linearum lineam  $GH$  esse, praeterea si a puncto  $G$  ad utramque partem lineae  $GD$ , quae



diametrus est, ducantur lineae circulum secantes et ad concavam partem eius peruenientes, duas earum ad utramque partem diametri sitas inter se aequales esse.

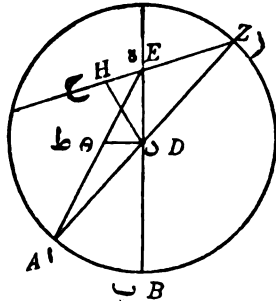
Demonstratio. Si lineas  $MA$ ,  $MZ$ ,  $ME$  duxerimus, lineae  $MA$ ,  $MZ$ ,  $ME$ ,  $MD$  inter se aequales erunt, quoniam a centro ad ambitum ductae sunt. Quoniam autem ex I, 20 in omnibus triangulis linea, quae duobus lateribus eius coniunctis efficitur, tertio latere maior est, erunt  $GM + ME > GE$ . Sed  $MD = ME$ ; linea  $GD$  igitur linea  $GE$  maior erit. Et quoniam duo latera  $GM$ ,  $ME$  trianguli  $GME$  duobus lateribus  $GM$ ,  $MZ$  trianguli  $GMZ$  aequalia sunt, et angulus  $GME$  angulo  $GMZ$  maior, ex I, 24 basis  $GE$  basi  $GZ$  maior erit.

Eodem modo demonstrabimus, lineam  $GZ$  lineam  $GA$  maiorem

بين النقطة وبين القطر وأما الخطوط الأخر فما كان منها يقطع  
 الدائرة ويلقى أخصها فان ما قرب منها من قطر الدائرة فهو  
 اعظم مما بعد عنها وما كان منها لا يقطع الدائرة ولكن يلقي  
 حذبها فان ما بعد عن القطر منها يكون اعظم مما قرب منه  
 وقد يخرج من تلك النقطة عن جنبتي القطر الى الدائرة خطان  
 من التي تلقى أخصها ومن التي تلقى حذبها متساويان  
 مثاله انا نفرض دائرة  $AB$  ونفرض  $(من)$  نقطة  $C$  خارجها ونخرج  
 خطوط  $CD$   $CE$   $CF$   $CG$   $CH$   $CI$   $CJ$   $CK$   $CL$   $CM$   $CN$   $CO$   $CP$   $CQ$   $CR$   $CS$   $CT$   $CU$   $CV$   $CW$   $CX$   $CY$   $CZ$   
 37 r. خطوط  $CD$   $CE$   $CF$   $CG$   $CH$   $CI$   $CJ$   $CK$   $CL$   $CM$   $CN$   $CO$   $CP$   $CQ$   $CR$   $CS$   $CT$   $CU$   $CV$   $CW$   $CX$   $CY$   $CZ$   
 $DA$  وخطوط  $DE$   $DF$   $DG$   $DH$   $DI$   $DJ$   $DK$   $DL$   $DM$   $DN$   $DO$   $DP$   $DQ$   $DR$   $DS$   $DT$   $DU$   $DV$   $DW$   $DX$   $DY$   $DZ$   
 $EA$   $EB$   $EC$   $ED$   $EE$   $EF$   $EG$   $EH$   $EI$   $EJ$   $EK$   $EL$   $EM$   $EN$   $EO$   $EP$   $EQ$   $ER$   $ES$   $ET$   $EU$   $EV$   $EW$   $EX$   $EY$   $EZ$   
 $FA$   $FB$   $FC$   $FD$   $FE$   $FF$   $FG$   $FH$   $FI$   $FJ$   $FK$   $FL$   $FM$   $FN$   $FO$   $FP$   $FQ$   $FR$   $FS$   $FT$   $FU$   $FV$   $FW$   $FX$   $FY$   $FZ$   
 $GA$   $GB$   $GC$   $GD$   $GE$   $GF$   $GG$   $GH$   $GI$   $GJ$   $GK$   $GL$   $GM$   $GN$   $GO$   $GP$   $GQ$   $GR$   $GS$   $GT$   $GU$   $GV$   $GW$   $GX$   $GY$   $GZ$   
 $HA$   $HB$   $HC$   $HD$   $HE$   $HF$   $HG$   $HH$   $HI$   $HJ$   $HK$   $HL$   $HM$   $HN$   $HO$   $HP$   $HQ$   $HR$   $HS$   $HT$   $HU$   $HV$   $HW$   $HX$   $HY$   $HZ$   
 $IA$   $IB$   $IC$   $ID$   $IE$   $IF$   $IG$   $IH$   $II$   $IJ$   $IK$   $IL$   $IM$   $IN$   $IO$   $IP$   $IQ$   $IR$   $IS$   $IT$   $IU$   $IV$   $IW$   $IX$   $IY$   $IZ$   
 $JA$   $JB$   $JC$   $JD$   $JE$   $JF$   $JG$   $JH$   $JI$   $IJ$   $JK$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $KA$   $KB$   $KC$   $KD$   $KE$   $KF$   $KG$   $KH$   $KI$   $KJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $LA$   $LB$   $LC$   $LD$   $LE$   $LF$   $LG$   $LH$   $LI$   $LJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $MA$   $MB$   $MC$   $MD$   $ME$   $MF$   $MG$   $MH$   $MI$   $MJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $NA$   $NB$   $NC$   $ND$   $NE$   $NF$   $NG$   $NH$   $NI$   $NJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $OA$   $OB$   $OC$   $OD$   $OE$   $OF$   $OG$   $OH$   $OI$   $OJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $PA$   $PB$   $PC$   $PD$   $PE$   $PF$   $PG$   $PH$   $PI$   $PJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $QA$   $QB$   $QC$   $QD$   $QE$   $QF$   $QG$   $QH$   $QI$   $QJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $RA$   $RB$   $RC$   $RD$   $RE$   $RF$   $RG$   $RH$   $RI$   $RJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $SA$   $SB$   $SC$   $SD$   $SE$   $SF$   $SG$   $SH$   $SI$   $SJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $TA$   $TB$   $TC$   $TD$   $TE$   $TF$   $TG$   $TH$   $TI$   $TJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $UA$   $UB$   $UC$   $UD$   $UE$   $UF$   $UG$   $UH$   $UI$   $UJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $VA$   $VB$   $VC$   $VD$   $VE$   $VF$   $VG$   $VH$   $VI$   $VJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $WA$   $WB$   $WC$   $WD$   $WE$   $WF$   $WG$   $WH$   $WI$   $WJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $XA$   $XB$   $XC$   $XD$   $XE$   $XF$   $XG$   $XH$   $XI$   $XJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $YA$   $YB$   $YC$   $YD$   $YE$   $YF$   $YG$   $YH$   $YI$   $YJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$   
 $ZA$   $ZB$   $ZC$   $ZD$   $ZE$   $ZF$   $ZG$   $ZH$   $ZI$   $ZJ$   $KL$   $LM$   $LN$   $LO$   $LP$   $LQ$   $LR$   $LS$   $LT$   $LU$   $LV$   $LW$   $LX$   $LY$   $LZ$

demonstratum est, quadratum  $D\Theta$  quadrato  $DH$  maius esse. Quibus subtractis relinquitur quadratum  $AH$  quadrato  $Z\Theta$  maius. Itaque linea  $AH$  maior linea  $Z\Theta$ . Iam autem demonstrauius, lineam  $EH$  linea  $E\Theta$  maiorem esse. Ergo linea  $EA$  maior est linea  $EZ$ . Q. n. e. d.

Rursus Hero dixit: Linea a puncto  $D$  perpendicularis ad lineam  $EZ$  ducta in lineam  $EZ$  ne cadat, sed in lineam, quae ab ea in directum protracta est, ut perpendicularis  $DH$ . Quoniam  $DZ = DA$ , quia utraque a centro ad ambitum ducta est, et duo quadrata  $D\Theta$ ,  $\Theta A$  quadrato  $AD$ , quadrata autem  $DH$ ,  $HZ$  quadrato  $DZ$  aequalia sunt, duo quadrata  $DH$ ,  $HZ$  duobus quadratis  $D\Theta$ ,  $\Theta A$  aequalia erunt. Sed quadratum  $DH$  quadrato  $D\Theta$  maius est. Quibus subtractis relinquitur quadratum  $A\Theta$  quadrato  $HZ$  maius. Itaque  $A\Theta > ZH$ . Ergo linea  $HE$  a linea  $HZ$  subtracta et linea  $\Theta E$  ad lineam  $A\Theta$  addita manifestum est, totam lineam  $EA$  linea  $EZ$  multo maiorem esse. Q. n. e. d.



### Propositio VIII libri tertii.

Si extra circulum punctum datum est, et ab hoc puncto ad circulum rectae lineae ducuntur, quarum una per centrum transit, ceterae autem utcumque in ambitum circuli cadunt, maxima earum est, quae per centrum ducta est, breuissima autem, quae punctum cum diametro coniungit, ceterarum autem linearum ex iis, quae circulum secant et ad concauam partem perueniunt, quae propior diametro circuli est, remotiore maior; ex iis autem, quae circulum non secant, sed ad conuexam partem perueniunt, quae propior diametro est, minor remotiore est; et duae lineae ad utramque partem diametri ad circulum a puncto illo ductae et earum, quae ad partem concauam, et earum, quae ad conuexam partem eius perueniunt, inter se aequales sunt.



اد مساو لخط دز لانها خرجا من المركز الى المحيط فمربع اح  
اذن مع مربع ح د مساو لمربع زط مع مربع طد وقد تبين  
ان مربع دط اعظم من مربع دح فاذا اسقطناهما بقي مربع اح  
اعظم من مربع زط فخط اح اذا اعظم من خط زط وقد بينا ان  
خط هح اعظم من خط هط فخط ها اذن اعظم من خط هز وذلك  
ما اردنا ان نبين .: وقال ايضاً فان كان الخط الذي يخرج  
من علامة د عموداً على خط هز لا يقع على خط هز لكن على الخط  
المتصل به على استقامة كعمود دح فمن اجل ان خط دز مساو  
لخط دا لانها خرجا من المركز الى المحيط ومربعي دط طا  
مساويان لمربع<sup>1)</sup> اد ومربعي دح حز مساويان لمربع دز فان مربعي  
دح حز مساويان لمربعي دط طا لكن مربع دح<sup>2)</sup> اعظم من مربع  
دط فاذا اسقطناهما بقي مربع اط اعظم من مربع حز فخط اط  
اذن اعظم من خط زح فاذا اسقطنا من خط حز خط حه وردنا  
على خط اط خط طه فمن البين ان جميع خط هه اعظم من خط  
هز بكثير وذلك ما اردنا ان نبين

### الشكل الثامن من المقالة الثالثة

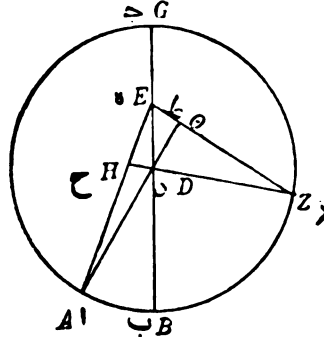
اذا فرضت نقطة خارج دائرة واخرج منها الى الدائرة خطوط  
مستقيمة احدها يجوز على المركز والآخر كيف ما وقعت من محيط  
الدائرة فان اعظمها هو الذي يجوز على المركز واصغرها الذي يصل

<sup>1)</sup> In textu: مربعي

<sup>2)</sup> In margine recte scriptum. In textu: حز sed erasum.

Hero dixit: In hac propositione geometra demonstravit, lineas centro propiores maiores esse lineis ab eo remotioribus, eo modo, ut duas lineas ad alteram partem centri ductas fingat. Sin autem duae lineae nobis propositae sunt ad utramque partem centri ductae, ita ut altera ei propior sit, propiorem remotiore maiorem esse, hoc modo demonstrabimus.

Supponimus circulum  $ABG$ , cuius diametrus sit  $BG$  et centrum  $D$ , et dato in  $BG$  puncto  $E$  ad ambitum [lineas]  $EA$  et  $EZ$  ducimus;  $EA$  autem centro propiorem supponimus quam  $EZ$ . Dico, esse  $EA > EZ$ .



Demonstratio. Ab  $D$  duas perpendiculares  $DH$ ,  $D\Theta$  et duas lineas  $DA$ ,  $DZ$  ducimus. Quoniam  $AE$  centro propior est quam  $ZE$ , ex praemissis huius libri\*) perpendicularis  $D\Theta$  perpendiculari  $DH$  maior erit, et quadratum lineae  $D\Theta$  quadrato lineae  $DH$  maius erit. Et quoniam uterque angulus  $D\Theta E$ ,  $DHE$  rectus est, ex I, 46 quadratum  $D\Theta$  cum quadrato  $\Theta E$  quadrato  $DE$  aequale erit, et eodem modo quadratum  $DH$  cum quadrato  $HE$  aequale erit quadrato  $DE$ ; quare quadratum  $D\Theta$  cum quadrato  $\Theta E$  aequale erit quadrato  $DH$  cum quadrato  $HE$ . Sed iam demonstratum est, quadratum  $D\Theta$  quadrato  $DH$  maius esse; relinquatur igitur quadratum  $EH$  quadrato  $E\Theta$  maius. Itaque linea  $EH$  maior est linea  $E\Theta$ . Rursus quoniam uterque angulus  $AHD$ ,  $Z\Theta D$  rectus est, ex I, 46 quadratum  $Z\Theta$  cum quadrato  $\Theta D$  quadrato  $DZ$  aequale et quadratum  $AH$  cum quadrato  $HD$  quadrato  $AD$  aequale est. Uerum linea  $AD$  lineae  $DZ$  aequalis, quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est; quadratum  $AH$  igitur cum quadrato  $HD$  aequale est quadrato  $Z\Theta$  cum quadrato  $\Theta D$ . Sed iam

\*) Def. 5.

خلف غير ممكن وبمثل هذا البرهان يتبين انه لا يمكن [ان  
 تخرج من نقطة ه] الى قوس جكد خطوط غير هب<sup>1)</sup> ك ه ل يساوي  
 خطوط ه ا ه ح ه ز وذلك ما اردنا ان نبين . قال ايرون هذا الشكل  
 قد بين فيه الرياضى ان الخطوط القريبة من المركز اعظم من  
 البعيدة عنه بان صير الخطيين في جهة واحدة من المركز فان فرص  
 لنا خطان من جنبتى المركز احدهما اقرب اليه من الاخر فانا  
 نبين ان اقربهما اليه اعظم من ابعدهما عنه بهذا العمل .

36 u. نفرض دائرة ا ب ج وقطرها ب ج ومركزها د ونفرض على ب ج نقطة  
 ه وتخرج منها الى المحيط ه ا ه ز ونجعل ه ا اقرب الى المركز من ه ز  
 فاقول ان ه ا اعظم من ه ز برهانه انا تخرج من د عمودى د ح د ط  
 وخطى دا دز فلان ا ه اقرب الى المركز من ز ه فبحسب مصادرة هذه  
 المقالة يكون عمود<sup>2)</sup> د ط اعظم من عمود د ح فمربع خط د ط اعظم  
 من مربع خط د ح فمن اجل ان كل واحد [من زاويتي د ط ه د ح ه  
 قائمة فبرهان مو من ا فان مربع د ط مع مربع ط ه مساو لمربع د ه  
 وكذلك مربع د ح مع مربع ح ه مساو لمربع د ه فمربع د ط مع مربع  
 ط ه اذن مساو لمربع د ح مع مربع ح ه ولكن مربع د ط قد تبين انه  
 اعظم من مربع د ح فيبقى اذن مربع ه ح اعظم من مربع ه ط فخط  
 ه ح اذن اعظم من خط ه ط . وايضا فلان زاويتي ا ح د ز ط د كل  
 واحدة منهما قائمة فبرهان مو من ا يكون مربع ز ط مع مربع ط د  
 مساويا لمربع د ز ومربع ا ح مع مربع ح د مساويا لمربع ا د لكن خط

1) Uerba quae sunt غير ه ب falso repetita librarius ipse erasit.

2) Falso repetitum.

lineae  $DG$ , ad ambitum circuli duas lineas inter se aequales ductas esse.

Demonstratio. A puncto  $E$  ad arcum  $DKG$  lineas rectas lineis  $EA$ ,  $EH$ ,  $EZ$  aequales duximus et in puncto  $\Theta$  lineae  $\Theta G$  ex I, 23 construximus angulum  $B\Theta E$  angulo  $A\Theta E$  aequalem.\*) Et in eodem puncto angulum angulo  $H\Theta E$  aequalem construimus, quem supponimus esse angulum  $K\Theta E$ , et angulum angulo  $Z\Theta E$  aequalem, qui sit angulus  $L\Theta E$ . Lineas  $EB$ ,  $EK$ ,  $EL$  ducimus. Quoniam punctum  $\Theta$  centrum circuli est, lineae  $\Theta A$ ,  $[\Theta B,] \Theta K$ ,  $\Theta L$  inter se aequales erunt. Et quoniam angulum  $B\Theta E$  [angulo]  $A\Theta E$  aequalem construximus, linea  $\Theta E$  communi sumpta duae lineae  $E\Theta$ ,  $\Theta B$  duabus lineis  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  aequales erunt, et  $\angle A\Theta E = E\Theta B$ ; quare ex I, 4 erit  $AE = EB$ . Iam demonstratum est, esse etiam lineam  $EK$  lineae  $EH$  aequalem. Quoniam enim angulum  $E\Theta K$  angulo  $H\Theta E$  aequalem construximus, duo latera  $H\Theta$ ,  $\Theta E$  duobus lateribus  $K\Theta$ ,  $\Theta E$  aequalia erunt, et  $\angle H\Theta E = K\Theta E$ ; itaque  $EH = EK$ . Ex eadem demonstratione et eadem ratione demonstrabitur, lineam  $\Theta Z$  lineae  $\Theta L$  aequalem esse. Ergo iam demonstratum est, duas lineas ad utramque partem diametri inter se aequales esse. Q. n. e. d.

Dico, fieri non posse, ut a puncto  $E$  ad arcum  $DKG$  alias lineas lineis  $EA$ ,  $EH$ ,  $EZ$  aequales ducamus praeter lineas  $EB$ ,  $EK$ ,  $EL$ . Nam si fieri possit, lineam ducamus ut  $EM$  et  $M\Theta$  coniungamus; itaque linea  $\Theta M$  lineae  $\Theta A$  aequalis erit, quoniam a centro ad ambitum ductae sunt. Linea  $E\Theta$  communi sumpta duae lineae  $M\Theta$ ,  $\Theta E$  duabus lineis  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  aequales erunt, et basis  $EM$  basi  $EA$  aequalis; itaque ex I, 8 erit  $\angle M\Theta E = A\Theta E$ . Sed angulum  $B\Theta E$  angulo  $A\Theta E$  aequalem construximus; itaque angulus  $M\Theta E$  angulo  $B\Theta E$  aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est neque fieri potest.

Ex eadem demonstratione demonstratur, fieri non posse, ut [a puncto  $E$ ] ad arcum  $GKD$  alias lineas praeter lineas  $EB$ ,  $EK$ ,  $EL$  lineis  $EA$ ,  $EH$ ,  $EZ$  aequales ducamus. Q. n. e. d.

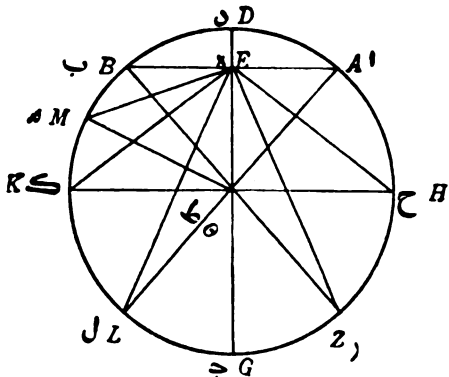
---

\*) Haec demonstrationis ratione non intellecta addidit Arabs.

برهانه انا نُخرج من نقطة ه الى قوس د ك ج خطوطاً مستقيمة مساويةً  
لخطوط ه ا ه ح ه ز فنعمل على نقطة ط من خط ط ج زاويةً مثل زاوية  
اطه كما بينا عمله ببرهان كج من ا ولتكن زاوية ب ط ه ونعمل عليها  
ايضا زاويةً مثل زاوية ح ط ه وننزل انها زاوية ك ط ه وايضا زاويةً مثل  
زاوية ز ط ه ولتكن زاوية ل ط ه ونُخرج خطوط ه ب ه ك ه ل فمن اجل  
ان نقطة ط مركز الدائرة فان خطوط ط ا ط ك ط ل تكون متساويةً  
ولانا عملنا زاوية ب ط ه مساويةً اطه فانا اذا اخذنا خط ط ه مشتركاً  
يكون خطا ه ط ط ب مساويين لخطى اط ط ه وزاوية اطه مساوية  
لزاوية ه ط ب فبحسب برهان د من ا يكون خط ا ه مساوياً لخط ه ب  
وتبين ايضاً ان خط ه ك مساو لخط ه ح لانا عملنا زاوية ه ط ك  
مساويةً لزاوية ح ط ه فضلاً عن ط ه مساويان لصلعى ك ط ط ه وزاوية  
ح ط ه مثل زاوية ك ط ه فخط ه ح مساو لخط ه ك وبمثل هذا البرهان  
والاستشهاد يتبين ان خط ط ز مساو لخط ط ل فقد تبين ان  
خطين<sup>1)</sup> عن جنبتي القطر متساويان وذلك ما اردنا ان نبين  
فاقول انه غير ممكن ان نُخرج من نقطة ه الى قوس د ك ج خطوط  
مساوية ه ا ه ح ه ز غير خطوط ه ب ه ك ه ل فان امكن فلنُخرج مثل  
خط ه م ونصل م ط فخط ط م مساو لخط ط ا لانها اخرجنا من المركز  
الى المحيط فناخذ خط ه ط مشتركاً فخطا م ط ط ه مساويان لخطى  
اط ط ه وقاعدة ه م مساوية لقاعدة ه ا فبحسب برهان ح من ا تكون  
زاوية م ط ه مساوية لزاوية اطه لكننا عملنا زاوية ب ط ه مساوية لزاوية  
اطه فزاوية م ط ه اذن مساوية لزاوية ب ط ه العظمى مثل الصغرى هذا

<sup>1)</sup> Uerbum in cod. repetitum.

Exemplificatio. Circuli  $ABGD$  diametrus est  $GD$ , in qua datum est punctum  $E$ , quod centrum non est; centrum autem sit  $\Theta$ . A puncto  $E$  ad ambitum circuli lineas quotlibet et utcumque ducimus, quae sint lineae  $EA$ ,  $EH$ ,  $EZ$ . Dico, maximam harum omnium linearum esse lineam, in qua sit centrum, scilicet lineam  $EG$ , breuissimam uero lineam  $ED$ , ceterarum autem quae puncto  $\Theta$  propior sit, remotiore maiorem. Dico, lineam  $EZ$  lineam  $EH$  maiorem et lineam  $EH$  lineam  $EA$  maiorem esse.



Demonstratio. A puncto  $\Theta$  lineas  $\Theta Z$ ,  $\Theta H$ ,  $\Theta A$  ducimus. Quoniam punctum  $\Theta$  centrum est, erit  $\Theta Z = \Theta H$ . Linea igitur  $E\Theta$  communi sumpta duae lineae  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  duabus lineis  $E\Theta$ ,  $\Theta H$  aequales erunt. Et angulus  $E\Theta Z$  angulo  $E\Theta H$  maior est; itaque ex I, 24 linea  $EZ$  linea  $EH$  maior erit. Iam uero  $\Theta Z = \Theta G$ ; itaque linea  $E\Theta$  cum linea  $\Theta Z$  lineae  $EG$  aequalis est. Et linea  $E\Theta$  cum linea  $\Theta Z$  ex I, 20 linea  $EZ$  maior est; itaque linea  $EG$  maior est linea  $EZ$ . Iam autem demonstratum est, lineam  $EZ$  lineam  $EH$  maiorem esse. Ex eadem demonstratione et eadem ratione demonstrabitur, lineam  $EH$  lineam  $EA$  maiorem esse. Rursus duae lineae  $AE$ ,  $E\Theta$  linea  $A\Theta$  maiores sunt. Sed  $A\Theta = D\Theta$ ; itaque duae lineae  $AE$ ,  $E\Theta$  linea  $D\Theta$  maiores erunt. Linea igitur  $E\Theta$  communi subtracta relinquitur linea  $AE$  linea  $ED$  maior. Itaque iam demonstratum est, maximam harum linearum esse  $EG$ , in qua centrum est, breuissimam uero  $ED$  esse, quae diametrum complet, et ceterarum, quae centro propiores sunt, maiores iis, quae ab eo remotae sunt; nam demonstrauius, lineam  $EZ$  lineam  $EH$  et lineam  $EH$  lineam  $EA$  maiorem esse.

Iam dico, a puncto  $E$  ad utramque partem diametri, scilicet

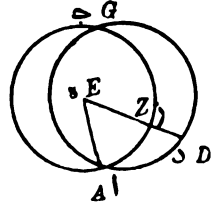
تَطْرُهَا جَدَ وَنَفْرُضُ عَلَيْهِ نَقْطَةٌ لَا تَكُونُ عَلَى الْمَرْكَزِ وَلِتَكُنْ نَقْطَةٌ هـ  
وَالْمَرْكَزِ نَقْطَةٌ طَ وَتُخْرَجُ مِنْ نَقْطَةٍ هـ إِلَى مَحِيطِ الدَّائِرَةِ خَطُوطًا كَمِ  
شَتْنَا وَكَيْفٍ وَقَعْتَ وَلِتَكُنْ خَطُوطٌ هـ أ هـ حَ هـ زَ فَاقُولُ أَنْ اطْوَلَ هَذِهِ  
الْخَطُوطُ كُلُّهَا الْحَطُّ الَّذِي عَلَيْهِ الْمَرْكَزُ وَهُوَ خَطُّ هـ جَ وَاقْصُرْهَا خَطُّ  
هـ وَالْبَاقِيَةُ فَمَا قَرَّبَ مِنْهَا مِنْ نَقْطَةٍ طَ فَهُوَ اعْظَمُ مِمَّا بَعْدَ عَنْهَا .  
اقُولُ أَنْ خَطُّ هـ زَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ هـ حَ وَخَطُّ هـ حَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ هـ أ  
بِرَهَانِهِ أَنَا تُخْرَجُ مِنْ نَقْطَةٍ طَ خَطُوطٌ طَ زَ طَ حَ طَ أ فَمِنْ أَجْلِ أَنْ  
نَقْطَةُ طَ مَرْكَزٌ فَإِنْ خَطُّ طَ زَ مَسَاوٍ لِحَطِّ طَ حَ وَنَأْخُذُ خَطَّ هـ طَ مَشْتَرِكًا  
فَخَطَّ هـ طَ طَ زَ مَسَاوِيَانِ لِحَطِّي هـ طَ طَ حَ وَزَاوِيَةٌ هـ طَ زَ اعْظَمُ مِنْ  
زَاوِيَةِ هـ طَ حَ فَبِحَسَبِ بَرَهَانِ كَدِ مِنْ أ فَإِنْ خَطُّ هـ زَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ  
هـ حَ لَكِنْ خَطُّ طَ زَ مَسَاوٍ لِحَطِّ طَ جَ فَخَطُّ هـ طَ مَعَ خَطِّ طَ زَ مَسَاوٍ لِحَطِّ  
هـ جَ وَخَطُّ هـ طَ مَعَ خَطِّ طَ زَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ هـ زَ وَذَلِكَ بِبَرَهَانِ كِ مِنْ أ 36 r.  
فَخَطُّ هـ جَ أَذِنَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ هـ زَ وَقَدْ تَبَيَّنَ أَنَّ خَطَّ هـ زَ اعْظَمُ مِنْ  
خَطِّ هـ حَ وَبِمَثَلِ هَذَا الْبَرَهَانِ وَالِاسْتِشْهَادِ يَتَبَيَّنُ أَنَّ خَطَّ هـ حَ اعْظَمُ  
مِنْ خَطِّ هـ أ وَإِيضًا فَإِنْ خَطِّي أ هـ طَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ أ طَ لَكِنْ خَطُّ  
أ طَ مَسَاوٍ لِحَطِّ دَ طَ فَإِذَا خَطَّ أ هـ طَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ دَ طَ فَإِذَا اسْقَطْنَا  
خَطَّ هـ طَ [الم] مَشْتَرِكًا بَقِيَ خَطُّ أ هـ طَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ هـ دَ فَقَدْ تَبَيَّنَ أَنَّ اطْوَلَ  
هَذِهِ الْخَطُوطُ كُلُّهَا خَطُّ هـ جَ الَّذِي عَلَى [عليه. scr.] الْمَرْكَزِ [و] اصْغَرُهَا  
تَمَامُ الْقَطْرِ الَّذِي هُوَ خَطُّ هـ وَالْبَاقِيُ فَمَا قَرَّبَ مِنَ الْمَرْكَزِ اعْظَمُ  
مِمَّا بَعْدَ عَنْهُ اعْنَى [أَنْ] قَدْ تَبَيَّنَ أَنَّ خَطَّ هـ زَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ هـ حَ  
وَخَطُّ هـ حَ اعْظَمُ مِنْ خَطِّ هـ أ . . . وَاقُولُ أَنَّهُ يُخْرَجُ مِنْ [نَقْطَةٍ] هـ عَنِ  
جَنْبَتِي الْقَطْرِ الَّذِي هُوَ خَطُّ دَ جَ إِلَى مَحِيطِ الدَّائِرَةِ خَطَّانِ مَتَسَاوِيَانِ

Hero dixit: Contactum ante sectionem posuimus, quia contactus sectione prior est<sup>1-\*)</sup>)

**Propositio VI libri tertii.**

Si duo circuli inter se secant, idem centrum non habebunt.

**Exemplificatio.** Duo circuli  $AZG$ ,  $ADG$  inter se secant in duobus punctis  $A$ ,  $G$ . Dico, duos circulos  $AZG$ ,  $ADG$  idem centrum non habere.



**Demonstratio.** Si fieri potest, idem habeant centrum, quod punctum  $E$  esse supponimus. A puncto  $E$  ad punctum  $A$  linea  $EA$  ducta manifestum est, eam in ambitu utriusque circuli simul desinere. Iam si linea  $ED$  utcumque ad ambitum circuli  $ADG$  ducitur, quoniam punctum  $E$  centrum est circuli  $AZG$ , linea  $EA$  lineae  $EZ$  aequalis erit. Rursus quoniam punctum  $E$  centrum est circuli  $ADG$ , linea  $EA$  lineae  $ED$  aequalis erit. Demonstrauimus autem, lineam  $EA$  lineae  $EZ$  aequalem esse. Quae autem eidem aequalia sunt, inter se aequalia sunt. Ergo linea  $ED$  lineae  $EZ$  aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est neque fieri potest. Q. n. e. d.

**Propositio VII libri tertii.**

Si in diametro circuli punctum aliquod datum est, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad ambitum circuli lineae rectae ductae sunt, maxima linea ea erit, in qua est centrum circuli, minima autem reliqua pars diametri; ceterarum autem quae centro propior est, maior est remotiore, et duae solae lineae ad utramque partem centri positae inter se aequales sunt.

---

<sup>1)</sup> Hoc scholion Heronis in uersione Gherardi Cremonensis deest.  
<sup>\*)</sup> Apud Euclidem h. l. prop. VI ante hanc propositionem V collocatur; ordinem igitur propositionum inuertit ipse Hero.



غير ممكن وذلك ما اردنا ان نبين قال ايرن انما قدمنا المناسّة  
على المتقاطعة لان المماسّة قبل التقاطع .:

### الشكل السادس من المقالة الثالثة

اذا تقاطعت دائرتان فانّهما ليستا على مركز واحد مثاله ان  
دائرتي ارج اوج تقاطعتا على نقطتي اج فاقول ان دائرتي ارج اوج  
ليستا على مركز واحد برهانه انه ان امكن فليكن مركزهما واحدا  
ونزل انه نقطة ه ونخرج من نقطة ه الى نقطة ا خط ه ا فمن البين  
انه قد انتهى الى محيط الدائرتين جميعاً ونخرج خط ه د الى محيط  
دائرة اوج كيف اتفق اخراجه فمن اجل ان نقطة ه مركز دائرة ارج  
يكون خط ه ا مساويا لخط ه ز وايضا فمن اجل ان نقطة ه مركز  
لدائرة اوج يكون خط ه ا مساويا لخط ه د وقد تبين ان خط ه ا  
مساو لخط ه ز والمساوية لشي واحد فهي متساوية خط ه د اذن  
مساو لخط ه ز الاعظم مثل الاصغر هذا خلف غير ممكن وذلك ما  
اردنا ان نبين

### الشكل السابع من المقالة الثالثة

اذا فرض على قطر دائرة علامة ما ليست بمركز الدائرة وأخرج  
من تلك العلامة الى محيط الدائرة خطوط مستقيمة فان اعظم  
الخطوط الذي عليه مركز الدائرة واصغرها باقى القطر واما الخطوط  
الاخري فما قرّب منها من المركز كان اعظم ممّا بعدّ منها عنه  
وخطان فقط عن جنبتي القطر متساويان مثاله ان دائرة ا ب ج د

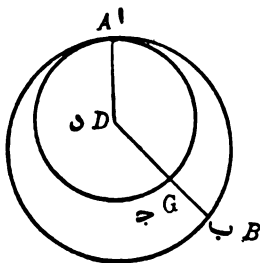
ducimus. Quoniam linea recta  $\Theta H$  a puncto  $\Theta$ , quod centrum est, ducta lineam  $GD$  in duas partes aequales secat, ex III, 3 linea  $\Theta H$  ad lineam  $GD$  perpendicularis erit; itaque angulus  $DH\Theta$  rectus erit. Rursus si linea  $\Theta H$  ad lineam  $ZE$  ducta eam in duas partes aequales in puncto  $H$  secat, linea  $\Theta H$  ex III, 3 ad lineam  $EZ$  perpendicularis erit; itaque angulus  $ZH\Theta$  rectus erit. Sed iam demonstratum est, etiam angulum  $DH\Theta$  rectum esse. Ergo angulus  $ZH\Theta$  angulo  $DH\Theta$  aequalis erit, maior minori; quod absurdum est. Demonstratum igitur est, duas lineas  $GD$ ,  $EZ$  inter se in duas partes aequales non secare nisi in centro. Relinquitur igitur, locum, in quo se secant, in centro esse, quoniam (scr. et?) lineae a centro ad ambitum circuli ductae inter se aequales sunt. Q. n. e. d.

### Propositio V libri tertii.

Duo circuli inter se contingentes idem centrum non habebunt.

Exemplificatio. Duo circuli  $AB$ ,  $AG$  in puncto  $A$  inter se contingunt. Dico, eos idem centrum non habere.

Demonstratio. Nam si fieri potest, ut idem habeant centrum, supponamus, eos centrum  $D$  habere. Lineam  $AD$  ducimus. Iam si linea  $DB$  a puncto  $D$  ad circulum  $AB$  utcumque ducitur, quoniam punctum  $D$  centrum est circuli  $AG$ , manifestum erit, lineam  $AD$  lineae  $DG$  aequalem esse.



Rursus quoniam punctum  $D$  centrum est circuli  $AB$ , et ab eo ad ambitum duae lineae  $AD$ ,  $DB$  ductae sunt, linea  $AD$  lineae  $DG$  aequalis erit. Quae autem eidem aequalia sunt, inter se aequalia sunt. Ergo linea  $DB$  lineae  $DG$  aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est neque fieri potest. Q. n. e. d.

بخط مستقيم فمن اجل انه قد خرج من نقطة ط التي هي المركز  
خط طح المستقيم وقسم خط جد بنصفين فحسب برهان ج من  
ج فان خط طح عمود على خط جد فزاوية دحط اذا قائمة وايضا  
فان خط طح عمود على (من المركز الى) خط زه وقسمه بنصفين  
على نقطة ح فحسب برهان ج من ج فان خط طح عمود على  
خط هز فزاوية زحط اذن قائمة وقد تبين ان زاوية دحط ايضا  
قائمة فزاوية زحط اذن مساوية لزاوية دحط العظمى مثل الصغرى  
هذا خلف فقد تبين ان خطي جد هز لا يتقاطعان على انصافهما  
على غير المركز فقد بقي ان يكون تقاطعهما على المركز لان  
المخطوط الخارجة من المركز الى محيط الدائرة متساوية وذلك ما  
اردنا ان نبين

35 u.

#### الشكل الخامس من المقالة الثالثة

اذا تماست دائرتان فانهما لا تكونان على مركز [واحد] مثالة  
ان دائرتي اب اج قد تماستا على نقطة ا فاقول انهما لا تكونان على  
مركز واحد . . برهانه ان امكن ان تكونا على مركز واحد فلننزل انهما  
على مركز د ونخرج خط اد ونخرج من نقطة د خطا الى دائرة اب  
كيف اتفق وليكن خط دب فمن اجل ان نقطة د مركز لدائرة اج  
فمن البين ان خط اد مساو لخط [د] ج وايضا فلان نقطة د مركز  
لدائرة اب وقد خرج منها خطان الى المحيط وهما خطا اد [دب]  
فخط اد اذن مساو لخط دج والمساوية لشيء واحد فهي متساوية  
فخط دب اذن مساو لخط دج الاعظم مساو للاصغر هذا خلف

itaque uterque angulus  $GEZ$ ,  $DEZ$  rectus est. Ergo iam demonstratum est, lineam  $AB$  lineam  $GD$  in duas partes aequales secantem eam ad angulos rectos secare.

Rursus supponimus, lineam  $AB$  lineam  $GD$  in puncto  $E$  ad angulos rectos secare. Dico, eandem eam in duas partes aequales secare.

**Demonstratio.** Triangulus  $GZD$  aequicurius est; crus enim  $ZD$  cruri  $ZG$  aequale, quoniam utrumque a centro ad ambitum ductum est; quare ex I, 5  $\angle ZGD = ZDG$ . Iam autem demonstrauius, angulum rectum  $GEZ$  angulo  $DEZ$  aequalem esse; itaque duo anguli  $ZGE$ ,  $ZEG$  duobus angulis  $ZDE$ ,  $ZED$  aequales sunt. Relinquitur igitur ex I, 32  $\angle GZE = DZE$ . Et linea  $ZE$  communi sumpta duo latera  $GZ$ ,  $ZE$  duobus lateribus  $DZ$ ,  $ZE$  aequalia erunt. Iam autem demonstratum est, angulum  $GZE$  angulo  $DZE$  aequalem esse; itaque ex I, 4 basis  $GE$  basi  $DE$  aequalis erit. Ergo demonstratum est, lineam  $AB$  lineam  $GD$  in duas partes aequales secare. Q. n. e. d.

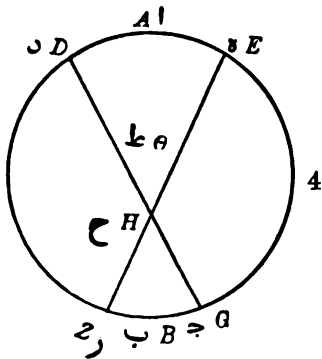
**Propositio IV libri tertii.**

Si in circulo duae lineae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant.

**Exemplificatio.** Duae lineae  $GD$ ,  $EZ$  in puncto  $H$  in circulo  $AB$  inter se secant non per centrum ductae. Dico, eas in duas partes aequales inter se non secare, nec hoc fieri posse.

Nam si fieri posset, ut, etsi per centrum ductae non sint, altera alteram in duas partes aequales secant, secant inter se in duas partes aequales, et supponamus, locum, quo inter se secant, esse punctum  $H$ .

Centrum circuli ex III, 1 sumimus, quod sit punctum  $\Theta$ , et inter duo puncta  $\Theta$ ,  $H$  lineam rectam  $\Theta H$



متساويتين فإن كل واحدة من الزاويتين يُقال لها قائمةً فزاويتنا  
 جـهـز دـهـز كل واحدة من هـهـا قائمة فقد تبين ان خط اـبـ لما قطع  
 خط جـد بنصفين قطعهُ على زوايا قائمة وننزل ايضا ان خط اـبـ  
 قد قطع خط جـد على نقطة هـ على زوايا قائمة فاقول انه قد قطعهُ  
 بنصفين برهانه ان مثلث جـزـد متساوي الساقين ساق زـد مثل  
 ساق زـجـ لانهما خرجا من المركز الى المحيط فحسب برهان هـ  
 من ا فان زاوية زـجـد مساوية لزاوية زـدجـ وقد كُنَّا بيْنَا ان زاوية  
 جـهـز القائمة مثل زاوية دـهـز فزاويتنا زـجـهـ زـهـجـ مساويتان لزاويتي زـهـ  
 زـهـن فحسب برهان لب من ا تبقى زاوية جـهـ مساوية لزاوية دـهـ  
 فاذا اخذنا خط زـهـ مشتركًا فانه يكون ضلعا جـزـ زـهـ مساويين  
 لضلعي دزـ زـهـ وزاوية جـهـ قد تبين انها مثل زاوية دـهـ فحسب  
 برهان د من ا تكون قاعدة جـهـ مثل قاعدة دـهـ فقد تبين ان خط  
 اـبـ قد قطع خط جـد بنصفين وذلك ما اردنا ان نبين .

### الشكل الرابع من المقالة الثالثة

اذا تقاطع خطان في دائرة على غير المركز فانهما لا يتقاطعان  
 على انصافيهما مثاله ان خطي جـد هـز قد تقاطعا في دائرة اـبـ على  
 نقطة حـ وليس واحدٌ منهما يجوزُ على المركز فاقول انهما لم يتقاطعا  
 على انصافيهما وانه غير مُمكن ذلك فان امكن ان يجوز على غير  
 المركز ويقطع احدهما الاخر بنصفين فليتقاطعا على انصافيهما  
 ولننزل ان موضع التقاطع نقطة حـ ونستخرج مركز دائرة اـبـ كما  
 بين ذلك برهان ا من جـ وليكن نقطة طـ ونصل بين نقطتي طـ حـ

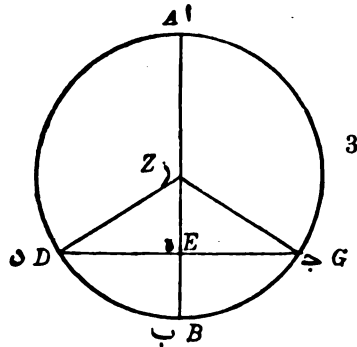
punctum  $E$  produxisse. Iam si linea  $GED$ , ut supposuimus, recta est, manifestum est, triangulum  $GEDZ$  aequicrurium esse; nam crus  $GZ$  cruri  $ZD$  aequale, quoniam a centro ad ambitum ducta sunt. Ergo  $\angle ZGE = ZDE$ . Sed ex I, 16 angulus  $ZEG$  exterior trianguli  $ZDE$  maior est angulo  $ZDE$  interiore; itaque angulus  $ZEG$  maior erit angulo  $ZGE$ . Et ex I, 19 latus  $ZG$  sub majore angulo subtensum latere  $EZ$  sub minore angulo subtensum maius erit. Uerum linea  $ZG$  lineae  $ZB$  aequalis; ergo linea  $ZB$  maior erit linea  $ZE$ , minor maiore; quod absurdum est neque fieri potest. Q. n. e. d.

### Propositio III libri tertii.

Si linea recta per centrum circuli ita ducitur, ut aliam lineam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secet, eam ad angulos rectos secat. Et si eam ad angulos rectos secat, eam in duas partes aequales secat.

Exemplificatio. Circuli  $AB$  centrum est  $Z$ , et per  $Z$  linea  $AB$  ducta lineam  $GD$  in puncto  $E$  secat. Dico, illam, si eam in duas partes aequales secet, ad angulos rectos eam secare, et, si eam ad angulos rectos secet, in duas partes aequales secare.

Demonstratio. Primum supponimus, illam eam in puncto  $E$  in duas partes aequales secare. A puncto  $Z$ , quod centrum est, duas lineas  $ZG$ ,  $ZD$  ducimus. Quoniam  $GE = ED$ , et  $EZ$  communis est, duae lineae  $GE$ ,  $EZ$  duabus lineis  $DE$ ,  $EZ$  aequales erunt. Basis autem  $GZ$  basi  $DZ$  aequalis est, quoniam a centro ad ambitum ductae sunt; quare ex I, 8 angulus  $GEZ$  angulo  $DEZ$  aequalis est. Uerum si linea recta super lineam rectam ita erecta est, ut duo anguli ad utramque partem lineae erectae positi inter se aequales sint, ex postulato 1 (scr. definitione 10) uterque angulus rectus dicitur;



جهدز متساوي الساقين لان ساق جز مساو لساق زد لانهما  
 خرجا من المركز الى المحيط فزاوية زجه مثل زاوية زده وبحسب يو  
 من ا فان زاوية زهـج الخارجة من مثلث زده اعظم من زاوية زده  
 الداخلة فزاوية زهـج اذا اعظم من زاوية زجه لكن بحسب برهان  
 يط من ا يكون ضلع زج الموتر للزاوية العظمى اعظم من ضلع  
 هـج الموتر للزاوية الصغرى لكن خط زج مساو لخط زب فخط زب اذا  
 اعظم من خط زه الاصغر اعظم من الاعظم هذا خلف غير ممكن  
 وذلك ما اردنا ان نبين .:

### الشكل الثالث من المقالة الثالثة

اذا اجيز على مركز دائرة خط مستقيم فقطع خطا اخر مستقيما  
 ليس على المركز بنصفين فانه يقطع على زوايا قائمة وان قطع  
 على زوايا قائمة فانه يقطعه بنصفين مثاله ان دائرة اب مركزها <sup>35 r.</sup>  
 نقطة ز وقد اجيز على ز خط اب وقد قطع خط جد على نقطة هـ  
 فاقول ان كان قطع بنصفين فانه يقطع على زوايا قائمة وان  
 قطع على (على) زوايا قائمة فانه يقطعه بنصفين برهانه انا نُنزل  
 اولاً انه قطع بنصفين على نقطة هـ ونخرج [من نقطة ز المركز خطي  
 زج زد فلان خط جه مثل خط هـد وناخذ هـ مشتركاً فان خطي  
 جه هـ مثل خطي ده هـ [فقاعدة جز مثل قاعدة دز لانهما خرجا  
 من المركز الى المحيط فبحسب برهان ح من ا تصير زاوية جهـز  
 [مساوية لزاوية دهـز وبحسب مصادرة ا اذا قام خط مستقيم على  
 خط مستقيم فكانت الزاويتان اللتان [ان جنبتي الخط القائم

iam demonstratum est, angulum  $GEH$  rectum esse; itaque minor angulus  $GE\Theta$  maiori angulo  $GEH$  aequalis erit; quod absurdum est neque fieri potest. Quare punctum  $\Theta$  non est centrum circuli. Eadem ratione de omnibus punctis in circulo suppositis demonstratur, fieri non posse, ut centra circuli esse supponantur, praeter unum punctum  $H$ .

Hac nostra de centro circuli demonstratione simul demonstratum est, si chorda aliam in duas partes aequales et ad rectos angulos secet, in ea centrum circuli positum esse. Q. n. e. d.

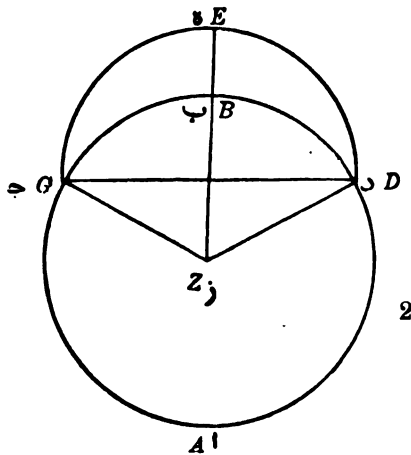
Demonstratum est, fieri non posse, ut in circulo chorda chordam in duas partes aequales et ad rectos angulos secans per centrum circuli non transeat.

### Propositio II libri tertii.

Si in ambitu circuli duo quaelibet puncta data erunt, quae linea recta coniunguntur, linea recta, quae duo illa puncta coniungit, intra circulum cadet.

Exemplificatio. In circulo  $AB$  duobus punctis  $G, D$  datis lineam  $GD$  rectam ducimus. Dico, eam intra circulum  $AB$  cadere.

Demonstratio. Fieri enim non potest, ut extra cadat. Si fieri potest, ita cadat, ut linea  $GED$ . Sumpto igitur ex prima propositione huius libri<sup>1)</sup> centro circuli supponimus esse punctum  $Z$ . Punctis  $G, Z$  et punctis  $Z, D$  coniunctis a puncto  $Z$  ad ambitum circuli  $AB$  lineam quamlibet rectam ducimus, quam lineam  $ZB$  esse supponimus, supponimusque, nos eam ad



<sup>1)</sup> Supra scriptum: ب — ا : II, 1!



قائمة فزاوية جهط اذا قائمة لكن زاوية جهح قد تبين انها هي القائمة [فزا]وية جهط الصغرى مثل زاوية جهح العظمى هذا خلف لا يمكن فليست نقطة ط اذا بمركز للدائرة وكذلك سائر النقط التي تفرض في الدائرة حيث فرضت منها غير ممكن ان تكون مركزاً للدائرة سوى نقطة ح معما قد تبين من وجودنا لمركز الدائرة قد تبين ايضا ان كل وترين يقسم احدهما الاخر بنصفين وعلى زوايا قائمة فان عليه يكون مركز الدائرة وذلك ما اردنا ان نبين .  
تبين انه لا يكون وتران في دائرة يقطع احدهما الاخر بنصفين على زاوية قائمة الا وهو يجوز على مركز الدائرة .<sup>1)</sup>

#### الشكل الثاني من المقالة الثالثة

اذا فرض على محيط دائرة نقطتان كيف ما وقعتا ووصل بينهما بخط مستقيم فان الخط المستقيم الذي يصل بين النقطتين يقع داخل الدائرة مثاله انا فرض على دائرة اب نقطتي جد ونُخرج خط جد مستقيماً فاقول انه وقع داخل دائرة اب برهانه انه غير ممكن ان يقع خارجاً عن الدائرة فان امكن فليقع على مثال خط جهد ونطلب مركز الدائرة بحسب برهان الشكل الاول<sup>1)</sup> من هذه المقالة<sup>1)</sup> وننزل انها نقطة ز ونصل بين نقطتي ج ز ونقطتي ز د ونُخرج من نقطة ز الى محيط دائرة اب خطاً مستقيماً كيف ما وقع وننزل انه خط ز ب وننزل انا قد انفذناه الى نقطة ه فان كان كما انزلنا ان خط جهد مستقيم فمن البين ان مثلث

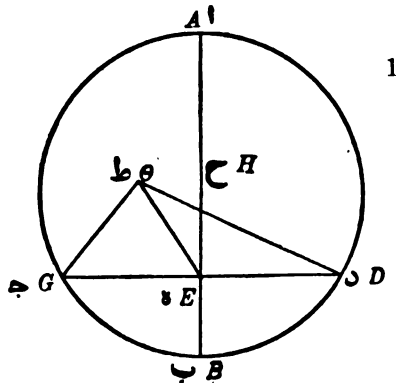
<sup>1-1)</sup> Haec uerba atramento rubro scripta sunt.

segmenta inter se similia sunt, duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales erunt. Si rursus anguli in segmentis constructi inter se aequales sunt, segmenta inter se similia erunt, et si segmenta inter se similia sunt, anguli inter se aequales erunt.

**Propositio I libri tertii.**

Demonstrare uolumus, quo modo centrum dati circuli inueniamus.

Supponimus circulum  $AB$ ; demonstrare uolumus, quo modo centrum eius inueniamus. In circulo quamlibet chordam  $GD$  ducimus eamque ex I, 12 (scr. 10) in puncto  $E$  in duas partes aequales diuidimus. In puncto  $E$  perpendicularem erigimus ex I, 11 eamque ad utramque partem producimus, donec uterque eius terminus



ad ambitum circuli perueniat, sitque linea  $AB$ . Deinde lineam  $AB$  in puncto  $H$  in duas partes aequales diuidimus. Dico, punctum  $H$  esse centrum circuli.

Neque enim fieri potest, ut aliud punctum centrum sit.

Si enim fieri potest, ut aliud punctum ac  $H$  centrum sit, centrum eius sit punctum  $\Theta$ . Lineas  $\Theta D$ ,  $\Theta E$ ,  $\Theta G$  ducimus. Quoniam linea  $GE$  lineae  $ED$  aequalis est, linea  $E\Theta$  communi sumpta duae lineae  $GE$ ,  $E\Theta$  duabus lineis  $DE$ ,  $E\Theta$  aequales erunt. Puncto autem  $\Theta$  ita sumpto, ut sit centrum circuli, fieri non potest, quin linea  $\Theta G$  lineae  $\Theta D$  aequalis sit; quare ex I, 8 angulus  $GE\Theta$  angulo  $DE\Theta$  aequalis erit, et linea recta super rectam erecta duo anguli ad utramque eius partem positi inter se aequales sunt; itaque erecta ad alteram perpendicularis erit, et uterque angulus rectus. Ergo angulus  $GE\Theta$  rectus erit. Sed

القطع متساويةً فالقطع متساويةً<sup>٥</sup> وإذا كانت القطع متساوية فالزاوية  
متساوية . . مع

الشكل الأول من المقالة الثالثة

نريد ان نبين كيف نجد مركز دائرة مفروضة فننزل انها  
دائرة  $\overline{AB}$  ونريد ان نبين كيف نجد مركزها فنخرج فيها  
وتر  $\overline{CD}$  حيث شئنا من الدائرة ونقسمه بنصفين على نقطة  $\overline{E}$   
كما بينا قسمة تلك ببرهان يب من  $\overline{A}$  ونقيم على نقطة  $\overline{E}$  عموداً  
ونخرجه في كلتي الجهتين حتى ينتهي طرفاه الى محيط الدائرة  
كما بينا اخراجاً ببرهان يا من  $\overline{A}$  وليكن خط  $\overline{AB}$  ثم نقسم  
خط  $\overline{AB}$  بنصفين على نقطة  $\overline{C}$  واقول ان نقطة  $\overline{C}$  مركز الدائرة  
وانه لا يمكن ان يكون غيرها مركزاً فان امكن ان يكون غير  
نقطة  $\overline{C}$ <sup>١</sup> هي المركز فليكن مركزها نقطة  $\overline{D}$ <sup>٢</sup> ونخرج خطوط  $\overline{CD}$  34 u.  
 $\overline{DE}$   $\overline{CE}$   $\overline{DE}$   $\overline{CE}$   $\overline{DE}$   $\overline{CE}$   $\overline{DE}$   $\overline{CE}$   $\overline{DE}$   $\overline{CE}$   
مشتركةً يكون خطا  $\overline{DE}$   $\overline{CE}$  مثل خطي  $\overline{DE}$   $\overline{CE}$  ولان نقطة  $\overline{D}$   
رُسمت على انها مركز الدائرة يجب ان يكون خط  $\overline{CD}$  مثل خط  $\overline{CD}$   
فببرهان  $\overline{C}$  من  $\overline{A}$  فان زاوية  $\overline{DCE}$  مساويةً لزاوية  $\overline{DCE}$  واذا قام خط  
مستقيم على خط مستقيم فكانت الزاويتان اللتان عن جنبتيه  
متساويتين فان الخط القائم عمود عليه وكل واحدة من الزاويتين

1) Verba quae sunt  $\overline{C}$  غير نقطة  $\overline{C}$  paene prorsus euanuerunt  
et in imo margine recentiore manu repetuntur.

2) Verba quae sunt  $\overline{D}$  نقطة  $\overline{D}$  in margine adiecta.

Species\*) figurarum sunt: circulus, segmenta circuli, conuexum, lunare.

Circulus est figura, quam iam inter figuras, quas lineae rectae comprehendunt, definiuimus.

Segmentum circuli figura est, quam linea recta et arcus ex ambitu circuli comprehendunt.

Si duo circuli inter se secant, segmentum iis commune conuexum dicitur, duo autem segmenta, quae relinquuntur, lunaria.

Finis postulatorum.

Si<sup>1)</sup> linea recta circulum tangit eum modo extrinsecus attingens nullamque eius partem secans, contingens circuli uocatur.

Si circuli inter se tangentes non secant inter se, circuli inter se contingentes uocantur.

Si perpendiculares a centro ad lineas circuli ductae inter se aequales sunt, linearum a centro distantiae aequales erunt; et maior eius erit distantia, cuius perpendicularis longior est.

Segmentum circuli comprehendunt linea recta, quae chorda uocatur, et pars ambitus circuli, quae arcus uocatur. Angulus segmenti linea chordae et linea arcus comprehenditur.\*\*)

Si punctum in linea arcus sumitur, et ab eo ad duos terminos chordae duae lineae ducuntur, chorda basis earum est, et angulus ad punctum positus duabus lineis comprehensus in arcu constructus est.

Figura, quae sector uocatur, duabus lineis a centro ad ambitum ductis comprehenditur et arcu inter eas posito, angulus autem eius est, quem duae illae lineae comprehendunt in centro circuli constructum.

Si in segmentis duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales sunt, segmenta inter se similia erunt. Sin autem

---

\*) Hinc noua series definitionum incipit ab Arabe addita.

<sup>1)</sup> Uerba, quae sequuntur usque ad prop. I, eadem manu, sed rubro atramento scripta, postea, nisi fallor, inserta sunt.

\*\*\*) Est Euclidis def. 7, supra omissa.

والمُحدبة والهلالية أما الدائرة فهي الشكل الذى قد خصناه في الاشكال التى تحيط بها الخطوط المستقيمة وأما قطعة الدائرة فهي الشكل الذى يحيط به خط مستقيم وقوس من محيط الدائرة وإذا تقاطعت دائرتان فإن القطعة المشتركة لهما تسمى المُحدبة والقطعتان الباقيتان تُسمى كل واحدة منهما هلالية . فتمت المصادرة

(١) إذا جاز خط مستقيم على دائرة يماسها من خارجها ولا يقطع منها شيئا فإنه يُقال له المماس للدائرة . وإذا كانت الدوائر تُماس بعضها بعضاً ولا تقطع واحدة منها الاخرى فإنه يُقال له المُماسية . وإذا كانت في الدوائر خطوط فكانت الاعمدة التى تخرج اليها من المركز متساوية فإن ابعاد الخطوط من المركز سواء وابعدها هو الذى عموده اطول . والقطعة من الدائرة يحيط بها خط مستقيم يُقال له الوتر وطائفة من الخط المحيط يُقال لها القوس وزاوية القطعة يحيط بها خط الوتر وخط القوس . وإذا تُعلمت نقطة على خط القوس وأخرج منها خطان الى طرفي الوتر فصار الوتر قاعدةً لهما فإن الزاوية التى على النقطة والخطان يُحيطان بها مُركبةً على القوس والشكل الذى يُقال له القطع هو الذى يحيط به خطان يخرجان من المركز الى الخط المحيط والقوس الذى بينهما والزاوية التى يحيط بها الخطان مُركبة على مركز الدائرة وقطع الدوائر اذا كانت زاويتا كل قطعة مساويتين لزاويتي القطعة الاخرى فالقطع متساوية واذا كانت القطع متساوية فإن زاويتي كل قطعة مساويتان لزاويتي القطعة الاخرى . واذا كانت زاويا

Hero dixit: Geometra<sup>1)</sup> distantiam inter centra et lineas rectas contingentes demonstrare uult ideoque perpendiculares commemorauit, quia fieri potest, ut ab unoquoque puncto ad unamquamque lineam<sup>2)</sup> multae lineae ducantur, sed distantia inter punctum et lineam est perpendicularis a puncto ad lineam ducta.<sup>3)</sup>

Euclides dixit: Segmentum circuli figura est, quam linea recta et pars arcus ex ambitu circuli comprehendunt.

Angulus segmenti dicitur, si a puncto aliquo in arcu segmenti sumpto ad duos terminos basis segmenti duae rectae eam comprehendentes ducuntur.

Si duae lineae angulum comprehendentes arcum comprehendunt, hic circulus [scr. angulus<sup>4)</sup>] dicitur in eo constructus.

Sector circuli figura est, quae comprehenditur duabus lineis rectis angulum comprehendentibus et arcu, in quo angulus positus est.

Hero dixit: Significat arcum angulo oppositum.<sup>5)</sup> Sectorum autem duae species sunt, uel quorum uertices in centro, uel quorum uertices in ambitu sunt. Quorum autem uertices neque in centro neque in ambitu sunt, non sunt sectores, sed sectori modo similes.

Euclides dixit: Segmenta circulorum inter se similia sunt, quorum anguli inter se aequales sunt, uel in quae anguli aequales cadunt.

Hero dixit: Oportet nos scire, si segmenta circuli inter se similia sint, angulos in iis constructos inter se aequales esse. Et rursus, si anguli, qui in segmenta circuli cadunt, inter se aequales sunt, segmenta inter se similia erunt.

---

<sup>1)</sup> Gher. Crem. (p. 111): ›Uoluit Euclides demonstrare‹.

<sup>2)</sup> Gher. Crem. (p. 111—12): ›ad unumquodque punctum‹.

<sup>3)</sup> Apud Gher. Crem. (p. 112) Hero hanc rem uberius tractat.

<sup>4)</sup> Ut apud Gher. Crem.

<sup>5)</sup> Apud Gher. Crem. (p. 112) scholium Heronis cum uerbis Euclidis confunditur. Uerba, quae sunt: ›Hero dixit‹, ibi ommissa sunt.

قال إيرُن ان الرياضى اراد ان يبيّن البعد الذى بين  
المراكز وبين الخطوط المستقيمة المساسة لذلك ذكر الاعمدة وذلك  
انه قد يُمكن ان يخرج من كل نقطة الى كل خط خطوطاً  
كثيرة فاما البعد الذى بين النقطة وبين الخط فهو العمود  
الخارج من تلك النقطة الى ذلك الخط .: قال اوقليدس وقطعة  
الدائرة هى الشكل الذى يحيط به خطٌ مستقيم وقطعة قوسٍ من  
محيط الدائرة .: وزاوية القطعة هى التى اذا علم على قوس القطعة  
نقطة ما وأخرج منها الى نهايتى قاعدة القطعة خطان مستقيمان  
احاطا بها واذا كان الخطان المحيطان بالزاوية يحيطان بقوس  
فان تلك الدائرة [الزاوية. scr.] تُسمى المركبة على تلك القوس .: 34 r.  
قطاع الدائرة هو الشكل الذى يحيط به الخطان المستقيمان  
الحيطان بالزاوية<sup>1)</sup> والقوس التى الزاوية مترتبة عليها<sup>1)</sup> قال إيرُن  
يعنى بالقوس التى توتر الزاوية وانواع القطاع اثنان فمنها ما يكون  
رؤسها على المراكز ومنها ما يكون رؤسها على المحيطات فاما التى  
رؤسها [لا كانت] على المراكز ولا على المحيطات فانها ليست  
بقطاع لكنها تُشابه القطاع قال اوقليدس قطع [الدوائر] المتشابهة  
هى التى [زواياها] متساوية او التى تكون الزوايا التى تقع فيها  
متساوية .: قال [ايرُن] قد ينبغى ان نعلم انه اذا كانت قطع الدوائر  
متشابهة فان الزوايا المرسومة فيها متساوية و[عند ?] ذلك اذا  
كانت الزوايا التى تقع فى قطع الدوائر متساوية فان تلك القطع  
متشابهة وانواع الاشكال هى هذه الدائرة وقطع الدائرة

1-1) Haec uerba in margine adiciuntur.

## Liber tertius Euclidis de elementis.

In nomine Dei misericordis miseratoris.

Euclides dixit: Aequales inter se circuli sunt, quorum diametri inter se aequales sunt, quorumque a centris lineae ad lineas eos comprehendentes ductae inter se sunt aequales.

Hero dixit: Hoc dictum manifestum est. Si enim diametri inter se aequales sunt, lineae a centris ad ambitus ductae inter se aequales erunt, quoniam unaquaeque earum linearum dimidia est diametri. Et hoc quoque nobis manifestum est, si lineae rectae a centris ad ambitus ductae inter se aequales sint, etiam circulos inter se aequales esse, quia circuli non describuntur nisi distantia inter centra et ambitus, quae est dimidia diametri.

Euclides dixit: Linea recta circulum contingens linea est, quae circulum tangens in utramque partem simul producta circulum non secat.

Circuli inter se contingentes circuli sunt, qui inter se tangentes inter se non secant.

Lineae rectae eodem spatio a centro distantes eae sunt, ad quas perpendiculares a centro ductae inter se aequales sunt. Maiore spatio a centro ea distat, ad quam perpendicularis ducta maior est.<sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> In margine est: هذه الخطوط يراد بها الاوتار لا غير His lineis nihil aliud ac chordas significat.



## المقالة الثالثة من كتاب اوقليدس في الاصول

بسم الله الرحمن الرحيم

قال اوقليدس الدوائر المتساوية هي التي اقطارها متساوية والخطوط التي تخرج من مراكزها الى الخطوط المحيطية بها متساوية قال ايرن هذا القول مبين لانه اذا كانت الاقطار متساوية فان الخطوط الخارجة من المراكز الى المحيطات تكون متساوية لان كل واحد من تلك الخطوط نصف القطر وظاهر لنا انه اذا كانت الخطوط المستقيمة الخارجة من المراكز الى المحيطات متساوية فان الدوائر تكون متساوية لان رسوم الدوائر انما يكون بالبعد الذي بين المراكز والمحيطات الذي هو نصف الاقطار . قال اوقليدس الخط المستقيم المماس للدائرة هو الذي اذا لامس الدائرة واخرج في الجهتين جميعا لم يقطع الدائرة والدوائر التي يماس بعضها بعضا هي التي اذا ماس بعضها بعضا لم تتقاطع . الخطوط المستقيمة المساوية البعد عن المركز هي التي الاعمدة الخارجة من المركز اليها متساوية واعظمها بعدا عن المركز هو الذي العمود الخارج اليه اعظم .<sup>1)</sup>





*Alexander Ziwak*

# CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

R. O. BESTHORN ET J. L. HEIBERG.

PARTIS II FASCICULUS II



HAUNIAE MCMV.

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

G. B. N. F

TYPIS EXCUDERUNT NIELSEN ET LYDICHE.

(AXEL SIMMELKJÆR).

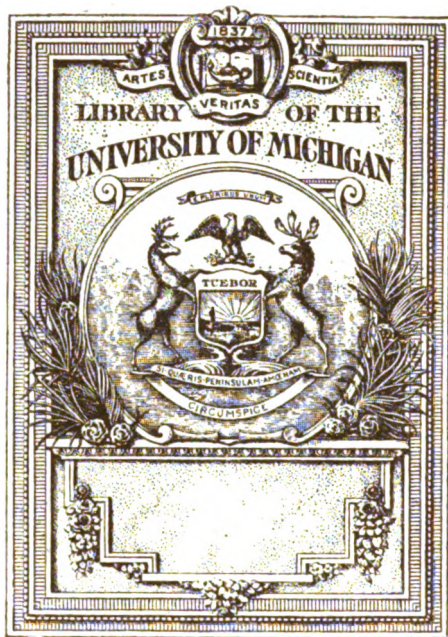






QA  
31  
.E88  
S731  
1897





THE GIFT OF  
PROF. ALEXANDER ZIWET

**B** 450052 DUPL